

اکائی-1 ریاضی کا تعارف

(Introduction to Mathematics)

		ساخت
	(Introduction)	تمہید: 1.1
	(Objectives)	مقاصد: 1.2
	(Meaning, Nature and Scope of Mathematics)	ریاضی کا مفہوم، نوعیت اور وسعت 1.3
		ریاضی کا مفہوم 1.3.1
		ریاضی کی نوعیت 1.3.2
		ریاضی کی وسعت 1.3.3
		ریاضی کی تاریخ، بحوالہ خصوصی تدریس ریاضی 1.4
(History of Mathematics with special emphasis on Teaching Mathematics)		
	(Contribution of Indian Mathematicians)	بھارتی ریاضی دانوں کی خدمات: 1.5
		(آریہ بھٹ، برہما گپتا، وراہامہیرا، بھاسکر اچاریہ، سری نواس رامانجن، شکنتلا دیوی)
		(Arya Bhatta, Brahmagupta, VarahaMihira, Bhaskaracharya, Srinivasa Ramanujan, Shakuntala Devi)
	(Contribution of Western Mathematicians)	مغربی، یورپی ریاضی دانوں کی خدمات: 1.6
		(اقلیدس، فیثاغورث، رینے دیکارت، جارج کینٹر)
		(Euclid, Pythagoras, Renedescarte, George Cantor)
		دیگر مضامین اور اپنی شاخوں کے ساتھ ریاضی کی ہم نشینی: 1.7
(Correlatiion of Mathematics with other School subjects and with other Branches of Mathematics.)		
	(Points to Remember)	یاد رکھنے کے نکات 1.8
	(Glossary)	فرہنگ 1.9
	(Unit End Activities)	اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں 1.10
	(Suggested Readings)	سفارش کردہ کتابیں 1.11
<hr/>		
	(Introduction)	تمہید: 1.1

ہمارا ملک ہندوستان ایک ترقی پذیر ملک ہے۔ اسے دنیا کی سب سے بڑی جمہوریت ہونے کا شرف حاصل ہے۔ یہاں سماج کے تمام طبقات اور

گروہوں کی فطری خواہش ہے کہ ملک کو ترقی یافتہ، طاقتور اور قائم اندازہ روپ میں دیکھیں۔ آزادی کے بعد سے اب تک ملک نے بہت سارے شعبوں میں غیر معمولی اور مثالی کامیابی حاصل کی ہے اور ترقی کا سفر تیز رفتاری کے ساتھ جاری ہے۔ تمام لوگوں کو اعتماد میں لیتے ہوئے ترقی کی نئی نئی منزلیں طے کرنے کے لیے منظم منصوبہ بندی اور محنت کے ساتھ ساتھ سائنس اور ٹیکنالوجی کے میدان پر خصوصی توجہ کی ضرورت سے انکار نہیں کیا جاسکتا ہے۔ علم ریاضی کو تمام سائنسی علوم کی روح کہا جاتا ہے اس لیے ضروری ہو جاتا ہے کہ اسکولی سطح سے سائنس اور ریاضی جیسے مضامین کے فروغ کے لیے مناسب اقدامات کیے جائیں۔

تدریس ریاضی (Teaching of Mathematics) کی تعلیم اساتذہ کے پروگراموں میں خصوصی اہمیت ہے۔ اس اکائی میں ریاضی کے مفہوم، اُس کی نوعیت اور وسعت کا تعارف کرواتے ہوئے تدریس ریاضی پر خصوصی زور کے ساتھ ریاضی کی تاریخ کا اجمالی خاکہ پیش کیا گیا ہے۔ اسی کے ساتھ ریاضی کے میدان میں ہندوستانی اور مغربی ریاضی دانوں کی خدمات اور اس مضمون کی خود اپنی دیگر شاخوں اور دیگر مضامین کے ساتھ ہم رنگی پر بھی بحث کی گئی ہے۔

1.2 مقاصد: (Objectives)

- اس اکائی کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ
- ☆ ریاضی کے مفہوم، اس کی نوعیت اور وسعت اپنے الفاظ میں بیان کر سکیں۔
 - ☆ ریاضی کی تاریخ پر اس کی تدریس کے حوالے سے روشنی ڈال سکیں۔
 - ☆ ریاضی کے میدان میں مختلف ریاضی دانوں کی خدمات کا جائزہ پیش کر سکیں اور خاص طور پر ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات کی تحسین کر سکیں۔
 - ☆ ریاضی کے دیگر مضامین اور اپنی شاخوں کے ساتھ ہم رنگی پر مدلل بحث کر سکیں۔

1.3 ریاضی کا مفہوم، نوعیت اور وسعت: (Meaning, Nature and Scope of Mathematics)

1.3.1 ریاضی کا مفہوم

ہمارے ملک ہندوستان کو مضمون ریاضی میں ایک خاص مقام حاصل ہے۔ زمانہ قدیم ہی سے یہاں لوگ اس مضمون میں دلچسپی لیتے رہے ہیں۔ ویدوں کے دور میں بھی لوگ ریاضی سے متعلق مختلف چیزیں جانتے اور برتتے تھے اور آج نہ صرف ہندوستان بلکہ بین الاقوامی سطح پر ویدک ریاضی کی ایک خاص پہچان ہے۔ علم ریاضی کے لیے انگریزی میں لفظ (Mathematics) استعمال کیا جاتا ہے۔ جو اصلاً یونانی لفظ Mathema سے بنا ہے جس کے معنی مقدار، اعداد، ساخت یا تبدیلی کا علم ہے۔

ماہرین نے ریاضی کی مختلف تعریفات (Definitions) بیان کی ہیں یہاں چند اہم تعریفات پیش کی جا رہی ہیں۔

- 1- ارسطو: ریاضی مقدار کا علم ہے۔ (Mathematics is the Science of Quantity- Aristotle)
- 2- نیکن: ریاضی تمام سائنسی علوم کی گزرگاہ اور کلید ہے۔ (Mathematics is the gateway & key to all Sciences)
- 3- Gauss: ریاضی تمام علوم کی ملکہ ہے۔ اور حساب تمام ریاضیات کی ملکہ ہے۔ (Mathematics is the queen of Sciences & Arithmetic is the queen of all Mathematics)
- 4- Locke: ریاضی وجوہات کی عادت کو ذہن نشین کروانے کا طریقہ ہے۔ (Mathematics is a way to settle in the mind a habit of reasoning)

5- G.B. Shaw : ریاضی حقیقت میں فن کے گہرے مطالعہ اور اظہارِ حسن میں مشغول ہوتی ہے۔ (Mathematics is engaged,)

(infact, in the profound study of art & the expression of Beauty

6- Kant : ریاضی تمام طبعی تحقیقات کا ناگزیر آلہ ہے۔ (Mathematics is the indispensable instrument of all

(physical researches

اس طرح ہم نے دیکھا کہ مختلف ماہرین کی پیش کردہ تعریفات میں کوئی بھی تعریف اپنے آپ میں مکمل اور جامع نہیں کہ اس کے صحیح اور مکمل مفہوم کو واضح کر سکے۔ ہاں یہ بات ضرور ہے کہ ہر تعریف ریاضی کے کسی اہم پہلو پر روشنی ڈالتی ہے۔ ان تعریفات (Definitions) کے مطالعہ سے پتہ چلتا ہے کہ مضمون ریاضی صرف اعداد کا علم نہیں اور نہ ہی جمع (Addition)، تفریق (Subtraction)، ضرب (Multiplication) اور تقسیم (Division) جیسے اعمال کی حد تک محدود ہے۔ اس میں تعمیم (Generalisation)، مختلف متغیرات (Variables) کے مابین ہم رشتگی (Co-relation)، منطقی فکر (Logical Thinking) کو پروان چڑھانا اور توجیح (Reasoning) کرنا جیسی چیزوں کے علاوہ بھی بہت کچھ ہے۔ قومی تعلیمی پالیسی 1986 نے ریاضی کی اہمیت کو واضح کرتے ہوئے اس کے مقاصد بڑے ہی جامع انداز میں پیش کئے ہیں۔

1.3.2 ریاضی کی نوعیت: (Nature of Mathematics)

اگر ریاضی کی اہم خصوصیات کا تجزیہ کریں تو اس سے ریاضی کی نوعیت اُجاگر ہوتی ہے۔ ریاضی کی چند ایسی منفرد خصوصیات ہیں جو ہمیں دیگر مضامین میں بڑی مشکل سے ملتی ہیں۔ ذیل میں ان خصوصیات کا تذکرہ کیا جا رہا ہے۔

1) ریاضی دریافت (کھوج) کی سائنس ہے۔ (Mathematics is Science of Discovery)

2) ریاضی ایک ذہنی کھیل ہے۔ (Mathematics is an intellectual game)

3) ریاضی نتائج اخذ کرنے کا فن ہے۔ (Mathematics deals with the art of drawing conclusion)

4) ریاضی ایک مددگار مضمون ہے۔ (Mathematics is a Tool subject)

5) ریاضی ایک منظم استنتاجی سائنس ہے۔ (Mathematics is a systematic deductive science)

6) ریاضی ایک تجرباتی استقرائی سائنس ہے۔ (Mathematics is an experimental inductive science)

7) ریاضی بدہسی (الہامی) طریقے کا استعمال کرتی ہے۔ (Mathematics involves an intuitive method)

8) ریاضی صحت اور درستگی کی سائنس ہے۔ (Mathematics is a science of precision and Accuracy)

9) ریاضی منطقی ترتیب کا حامل مضمون ہے۔ (Mathematics is a subject of logical sequence)

10) ریاضی کو نئے حالات میں اصولوں اور تصورات کے اطلاق کی ضرورت ہوتی ہے۔

(Mathematics requires the application of rules and concepts to new situations)

11) ریاضی میں تعمیم اور درجہ بندی کی جاتی ہے۔

(Mathematics deals with generalisation and classification)

12) ریاضی کی اپنی زبان اور علامات ہوتی ہیں۔ (Mathematics has its own language and symbols)

13) ریاضی ایک تجریدی سائنس ہے۔ (Mathematics is an abstract science)

14 ریاضی ساخت کا مطالعہ ہے۔ (Mathematics is a study of structure)

15 ریاضی منطق ہے۔ (Mathematics is logic)

ذیل میں ان خصوصیات کی وضاحت پیش کی جا رہی ہے۔

- 1- ریاضی دریافت (کھوج) کی سائنس ہے۔ (A.N. Whitehead (Mathematics is a Science of Discovery) کے مطابق ”ہر بچے نے دریافت (کھوج) کے عمل سے محفوظ ہونا چاہیے۔“ بچوں کو ایسے مواقع فراہم کرنے کی ضرورت ہے کہ جن کی مدد سے وہ از خود ریاضی سے متعلق مختلف چیزیں دریافت کر سکیں اور انہیں اپنے حسابی اعمال میں درستگی (Accuracy) حاصل کرنے کی مشق بہم پہنچائی جائے۔
 - 2- ریاضی ذہنی کھیل ہے۔ (Mathematics is an Intellectual Game) ریاضی کے اپنے اصول ہیں اور اس لحاظ سے وہ کسی بیرونی کسوٹی کی محتاج نہیں ہے۔ اس طرح اس کا ایک تعارف ایک ذہنی کھیل کی حیثیت سے بھی بنتا ہے جس کی رو سے وہ معے، پہیلی اور مسئلہ کو حل کرنے کی دلچسپ ذہنی مشق ہے۔
 - 3- ریاضی نتائج اخذ کرنے کا فن ہے۔ (Mathematics deals with the art of drawing conclusions) اسکول کی ایک ذمہ داری بچوں کو ایسے طرز فکر سے روشناس کرانا ہے جو نتائج اخذ کرنے میں ان کی معاونت کرے۔ J.W.A. Young کے مطابق اس طرز فکر سے روشناس کرانے کے مقصد سے کسی مناسب مضمون میں درج ذیل تین خصوصیات کا ہونا ضروری ہے۔
 - 1) یہ کہ اُس مضمون کے اخذ کردہ نتائج یقینی ہوں۔ طالب علم کو یہ معلوم ہو کہ اس مضمون کے ذریعے جو نتائج اخذ کئے گئے ہیں وہ بالکل درست اور یقینی ہیں۔
 - 2) یہ کہ وہ مضمون طالب علم کو اولین مراحل میں آسان ترین نتائج اخذ کرانے کے مواقع فراہم کرے اور جیسے جیسے ان بنیادی نتائج پر اُسے عبور حاصل ہوا آگے کے نتائج اخذ کرنے کے لئے اس کی رہنمائی کی جائے۔
 - 3) یہ بھی کہ اس مضمون کے اخذ کردہ نتائج دیگر مضامین اور عام طور پر انسانی تعامل (Human Interaction) کے لیے بھی مثالی ہوں۔
 - 4- ریاضی ایک مددگار مضمون ہے۔ (Mathematics is a Tool subject) ریاضی کی اپنی چند نمایاں خصوصیات ہیں جن میں کلیت (Integrity)، خوبصورتی (Beauty)، ساخت یا تنظیم (Structure) شامل ہیں۔ یہ خصوصیات اس مضمون کے ساتھ مخصوص ہیں۔ اسی کے ساتھ یہ بھی ایک حقیقت ہے کہ اپنے آپ مکمل ہونے کے ساتھ ساتھ دیگر مضامین کے اکتساب میں بھی یہ مضمون معاون اور مددگار ثابت ہوتا ہے۔ اپنے اطلاق کے لحاظ سے یہ ایک مضبوط آلہ ہے۔
- John J. Bowen (1986) نے اپنے ایک مضمون بہ عنوان "Mathematics & Teaching of Sciences" میں لکھا ہے "ریاضی کے داخلی استحکام (Internal Consistency) کے سحر میں تمام طلبہ گرفتار نہیں ہوتے اور ہر کوئی اسے اپنا پیشہ بھی نہیں بنا سکتا لیکن درجنوں طلبہ ایسے ہیں جن کے لئے یہ مضمون نفیس آلہ ہے۔" یعنی اس کے ذریعے سے وہ دیگر مضامین کے مختلف تصورات سیکھتے ہیں۔
- 5- ریاضی ایک منظم استخراجی سائنس ہے۔ (Mathematics is a Systematic Deductive Science) ریاضی ایک ایسے منطقی عمل کا نظام ہے جس میں چند مخصوص بنیادی نوعیت کے حامل مفروضات (Assumptions) اور تعریفات (Definitions) کو جنہیں حقیقت کے طور پر تسلیم کر لیا گیا ہے۔ طالب علم انہیں کے حوالے سے نتائج اخذ کرتا ہے۔ اس لئے یہ شرط بہت اہم ہے کہ جس چیز کو بطور حوالہ استعمال کر رہا ہو وہ صحیح ہوں۔

مثال کے طور پر۔ جب دو خطوط قطع کرتے ہوں تو متقابلہ زاویے (Opposite Angles)، مساوی ہوتے ہیں۔ یہ ایک بنیاد (Premise) ہے۔ اس لئے اگر $\angle A < \angle D$ متقابلہ زاویے ہوں تو

طالب علم فوری طور پر کہہ سکتا ہے کہ $\angle A = \angle D$

یہ نتیجہ اس بنیاد (Premise) پر اخذ کیا گیا کہ "متقابلہ زاویے مساوی ہوتے ہیں۔" اس طرح استنتاجی استدلال / توجیہ (Deductive Reasoning) کی بنیاد پر ہم ثابت کرتے ہیں کہ اگر کوئی چیز صحیح ہے تو اس کی بنیاد پر کوئی دوسری چیز صحیح / غلط ہوگی۔

6- ریاضی ایک تجرباتی استقرائی سائنس ہے۔ (Mathematics is an Experimental Inductive Science) ریاضی میں، ریاضیاتی مظاہر (Mathematical Phenomena) اور رشتوں (Relationships) کی روشنی میں تعمیم (Generalisation) کی جاتی ہے۔ اسکی بنیاد ہی اس اصول پر ہوتی ہے کہ اگر کوئی تعلق (رشتگی) بعض معاملوں (Cases) میں کھرا اترتا ہے تو اس طرح کے تمام معاملات (Cases) میں بھی کھرا اترتا ہے۔ اس لئے اس تعلق (رشتگی) کی تعمیم کی جاسکتی ہے۔ یعنی اسے ایک عام اصول (General Rule) کی شکل دی جاسکتی ہے۔

مثلاً۔ مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ 180 ہوتا ہے۔ اس خصوصیت کا بہت سارے مثلثات میں مشاہدہ کرنے کے بعد طلبہ ایک عمومی بیان کے طور پر اس کا اظہار کرتے ہیں۔

غرض۔ ایک تعمیم، اصول یا ضابطہ، کہیں ایک مخصوص مثالوں، موقعوں اور سچائیوں کے غائر مشاہدے کے بعد بیان کیا جاسکتا ہے۔

اسی چیز کو علامتی طور پر یوں بھی کہا جاسکتا ہے کہ P/G

یعنی استقرائی عمل مخصوص معاملات (Particular Cases) سے تعمیم / عمومی بیان کی طرف بڑھتا ہے۔

7- ریاضی بدہمی (الہامی) طریقے کا استعمال کرتی ہے۔ (Mathematics involves an Intuitive Method) الہام / وجدان (Intuition) سے مراد، وہ عمل ہے جس کے ذریعے ہم کسی مسئلے کے مفہوم، اہمیت یا ساخت کو اپنی تجزیاتی (Analytic) مہارت پر انحصار کئے بغیر از خود پالیتے ہیں۔

وجدانی انداز برق رفتاری کے ساتھ مفروضہ تک پہنچنے میں ہماری رہنمائی کرتا ہے۔ یہ اصل ثبوت سے پہلے کا مرحلہ ہے۔ بعد میں تحلیل / تجزیہ (Analysis) اور ثبوت بیان کرنے کی تکنیکیوں کو اختیار کر کے اسے جانچا جاتا ہے۔ الہام / وجدان دراصل ایک ریاضیاتی سرگرمی ہے جو اپنے اطلاق کے اعتماد پر نہ کہ ہمیشہ صحیح جواب کی اہمیت پر زیادہ انحصار کرتی ہے۔

الہام / وجدان کا جب ریاضی میں اطلاق کیا جاتا ہے تو وہ ایک خیال / تصور (Idea) جو کہ اپنی مجرد شکل میں ہوتا ہے اسے مقرون (Concrete) شکل میں پیش کرتا ہے۔ حالانکہ ابھی وہ چیز کسی عمل یا مثال کی شکل میں بیان نہیں کی گئی ہوتی ہے۔

8- ریاضی باقاعدگی اور درستگی کی سائنس ہے۔ (Mathematics is a Science of Precision and Accuracy) ریاضی کو ایک درست / نقائص سے پاک سائنس مانا جاتا ہے اور اس کی اصل وجہ اس میں موجود 'باقاعدگی' ہے۔ ریاضی میں نتائج / حل یا تو 'صحیح' ہوں گے یا غلط یا تو انہیں تسلیم کیا جائیگا یا مسترد۔ یہاں صحیح اور غلط کے درمیان کوئی بیچ کا راستہ (Mid Way) نہیں ہوتا۔ حد تو یہ ہے کہ جن مسائل یا معاملات میں تقریباً / اندازاً قیمتوں پر زور دیا جاتا ہے یا جہاں اندازے اور تخمینے سے کام چل سکتا ہے۔ ریاضی کے نتائج ایسے وقت میں درستگی (Exactness) کے کسی بھی درجے تک جاسکتے ہیں۔

9- ریاضی منطقی ترتیب کا حامل مضمون ہے۔ (Mathematics is a Subject of Logical Sequence) ریاضی کے اکتساب کا عمل ہمیشہ آسان سے مشکل کی طرف (Easy to Difficult)، سادہ سے پیچیدہ کی طرف (Simple to Complex) اور مقرون سے مجرد کی طرف (Concrete to Abstract) پیش قدمی کرتا ہے۔ اس مضمون میں سابقہ معلومات پر انحصار، خصوصی اہمیت کی حامل ہے۔ اسی طرح الجبرا، حساب (Arithmetic) پر کیلکولس (Calculus) الجبرا پر، اسی طرح سے ریاضی کی دوسری شاخیں بھی ایک دوسرے پر منحصر ہوتی ہیں۔ پھر ہر شاخ میں مختلف مراحل اور ترتیب کا منظم انداز میں مشاہدہ کیا جاسکتا ہے۔

10- ریاضی کو نئے حالات میں اصولوں اور تصورات کے اطلاق کی ضرورت ہوتی ہے۔ (Mathematics requires the application of rules and concepts to new situations) ریاضی کا مطالعہ، اپنے طالب علم سے اس بات کا متقاضی ہوتا ہے کہ وہ دیکھے گئے اصولوں اور تصورات کو نئے حالات میں استعمال کرے۔ ریاضی کے اصولوں اور تصوروں کا نئے حالات میں اطلاق کرتے وقت طالب علم ہمیشہ ان کی معقولیت (Validity) کی تصدیق کریگا۔ ویسے بھی ریاضیاتی تصورات اور اصولوں کا عملی صورتحال میں اطلاق کرنے پر ان کی معنویت کا صحیح اندازہ ہوتا ہے۔ اس طرح کی مشق سے ریاضی کا اکتساب زیادہ بامعنی اور اہم بن جاتا ہے۔

11- ریاضی میں تعمیم اور درجہ بندی کی جاتی ہے۔ (Mathematics deals with Generalisation and Classification) خیالات و تصورات (Conceptions) کی توسیع اور تعمیم، مختلف نتائج کو یکجا کرنے اور مختلف چیزوں کی تنظیم و ترتیب کے لئے ریاضی مشق بہم پہنچاتی ہے۔ ریاضی میں ترتیب و تعمیم (Successive Generalisation) کی مثالیں ریاضی میں بڑی آسانی کے ساتھ ملتی ہیں۔

مثال کے طور پر۔ اعداد کا تصور، کامل اعداد (Whole Numbers) کے تصور سے وسیع ہو کر ہمیں کثیر اعداد (Fractionals) (Numbers)، غیر ناطق اعداد (Irrational Numbers)، منفی اعداد (Negative Numbers) اور فرضی اعداد (Imaginary Number) جیسے تصورات عطا کرتا ہے۔

اسی طرح الجبرا کا ایک اہم پہلو حسابی اعمال کی تعمیم سے ظاہر ہوتا ہے۔ علم ہندسہ (Geometry) میں بھی نتائج (Results) کی گروہ بندی (Grouping) اور ان کی مدد سے نئے نتائج اخذ کرنے کے مواقع بار بار آتے ہیں۔ علوم کی دیگر شاخوں کے مقابلے میں ریاضی میں تعمیم اور درجہ بندی کے عمل بہت ہی سادہ اور فطری ہوتے ہیں۔ ریاضی کے معلم کی ذمہ داری ہے کہ قطعی نتائج اخذ کرانے میں کسی بھی قسم کی عجلت کا مظاہرہ نہ کرتے ہوئے طالب علم کو از خود فطری انداز میں اس تک پہنچنے میں مدد کرے۔

12- ریاضی کی اپنی زبان اور علامات ہوتی ہیں۔ (Mathematics has its own language and symbols) ریاضی میں مواد کی پیش کشی کے لئے ایک مخصوص زبان کا استعمال کیا جاتا ہے جو بالعموم سبھی ممالک اور علاقوں میں استعمال ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر۔ دو مختلف نکات سے ایک اور صرف ایک ہی خط گزرتا ہے (One and only one line passes through two different points)۔

ہو سکتا ہے کہ کوئی شخص اسی بیان کو کسی اور انداز میں لکھنا چاہے۔ جیسے۔ دو الگ الگ نقطوں سے ایک ہی خط گزر سکتا ہے۔ حالانکہ دوسرے جملے کا مفہوم پہلے جملے کے مفہوم سے قریب تر ہے پھر بھی پہلے جملے کی زبان کی وجہ سے اسے جو معنویت حاصل ہوئی وہ بات دوسرے جملے میں نہیں ہے۔ اس لئے ہر ملک میں پہلا جملہ ہی مستعمل ہے۔

اسی طرح سے ریاضی اپنے اظہار کے لئے مختلف علامتوں کا استعمال کرتی ہے اور یہ علامتیں اس کی ایک مخصوص شناخت (Identity) ہیں۔ مثال کے طور پر اگر کسی مثلث ABC کے دو اضلاع AB اور ضلع BC ایک دوسرے کے ساتھ زاویہ قائمہ بناتے ہوں تو علامتی طور پر اسے درج ذیل کے مطابق

لکھا جاتا ہے۔

ضلع BC ضلع AB

علامتوں کے استعمال سے نہ صرف جامعیت (Comprehensiveness) آجاتی ہے بلکہ ایک حسن (Beauty) بھی پیدا ہوتی ہے۔

13- ریاضی ایک تجریدی سائنس ہے۔ (Mathematics is an Abstract Science)

ریاضی کے تصورات (Concepts) اپنی نوعیت (Nature) کے اعتبار سے تجریدی (Abstract) ہوتے ہیں۔

مثال نمبر-1 اقلیدس کے خطوط (Ecluid's Line) کی کوئی چوڑائی اور اس کے نکات (Points) کا کوئی سائز نہیں ہونا چاہئے۔

مثال نمبر-2 لامحدود (Infinity) ایک ایسا تصور ہے جس کا عملی زندگی میں کبھی تجربہ نہیں ہوتا ہے۔ لیکن وہ ریاضی میں ایک اہم تصور ہے۔

مثال نمبر-3 منفی اعداد، طبعی اشیاء سے کوئی مطابقت نہیں رکھتے کیونکہ عملی طور پر انہیں اسے کم مقدار ہوتی ہی نہیں۔

14- ریاضی ساخت کا مطالعہ ہے۔ (Mathematics is study of structures)

ریاضیاتی ساخت وہ ریاضیاتی نظام ہے جس میں ایک یا زائد واضح طور پر شناخت کردہ (Recognised) ریاضیاتی خصوصیات ہوتی ہیں۔ ایک ریاضیاتی نظام سے، استبدالی (Commutative)، تلازمی (Associative) اور انتشاری (Distributive) خصوصیات میں سے ایک یا زائد جو کہ اس نظام میں موجود ہوں اسے خصوصی طور پر شناخت کرتے ہوئے ہم ایک ساخت کی تخلیق کر سکتے ہیں۔ ایک یا زائد بنیادی ساختوں سے ہم دیگر ساختیں تیار کر سکتے ہیں۔ عددی نظام (Number System)، گروپ فیئلڈ، Ring، اور Vector Space وغیرہ ریاضیاتی ساختوں کی مثالیں ہیں۔

15- ریاضی منطق ہے۔ (Mathematics is a Logic)

ریاضی کو ایک منظم طرز و فکر کے طور پر تلاش کیا جاتا ہے۔ اساتذہ، طلبہ کی معاونت کریں کہ وہ Structures & Patterns کا استحسان کر سکیں جو کہ میکانکی اور تحسیسی عمل میں پوشیدہ ہوتے ہیں۔ وہ اس بات کو جان لیں کہ جہاں کہیں ساخت، روشنگی، باقاعدگی اور منظم متغیر وغیرہ ہوں وہاں لازمی طور پر ریاضی موجود ہے۔

1.3.3 ریاضی کی وسعت: (Scope of Mathematics)

ریاضی کی وسعت اس کے مواد اور اس کی شاخوں میں مضمحل ہے۔ اس کی وسعت کا اثر نہ صرف دیگر مضامین پر ہے بلکہ افراد کی زندگی بھی اس کے زیر اثر ہے۔ اس سے یہ اخذ کرنا بڑا آسان ہوگا کہ ریاضی کی وسعت ساری کائنات پر چھائی ہوئی ہے۔

آج علم حساب سے لے کر، الجبرا، علم ہندسہ (Geometry)، علم مثلث (Thignometry)، شماریات (Statistics)، سہ ابعادی علم ہندسہ (3D Solid Geometry) جیسی ریاضی کی ایسی شاخیں ہیں جن کا استعمال مختلف علوم اور روزمرہ زندگی میں ہم بڑے پیمانے پر کرتے ہیں۔

اپنی معلومات کی جانچ:

1- کسی دو ماہرین کے حوالے سے ریاضی کی تعریف بیان کیجیے۔

2- خالی جگہ میں مناسب الفاظ سے پر کیجیے۔

i- ریاضی دریافت (Discovery) کی _____ ہے۔

ii- ریاضی ایک ذہنی (Intellectual) _____ ہے۔

iii- نتائج اخذ کرنے کا فن ہے۔ _____

- iv ریاضی کی اپنی زبان اور _____ ہوتی ہیں۔
- v ریاضی کی وسعت اس کے مواد اور _____ میں مضمر ہے۔

1.4 ریاضی کی تاریخ، بحوالہ خصوصی تدریس ریاضی

(History of Mathematics with special emphasis on Teaching of Mathematics)

دور حاضر کی ریاضی دراصل تمام ریاضی دانوں کی صدیوں کی جہد مسلسل کی عکاسی کرتی ہے۔ جو انسانی تہذیب و تمدن کی آئینہ دار ہے۔ اسی لئے کہا جاتا ہے کہ انسانی تہذیب کی تاریخ دراصل ریاضی کی تاریخ ہے۔ جس سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ انسانی تہذیب و تمدن کے ارتقاء کے تمام سرگرمیوں پر ریاضی کا اثر محیط ہے۔

دور قدیم کے انسانوں نے ریاضی کے بے شمار تصورات کو دریافت کیا۔ بالخصوص جو گننے (Counting) اور پیمائش (Measurement) کرنے سے متعلق تھے۔ جو روزمرہ کے مسائل کے تدارک میں درکار تھے۔ عمومی طور پر اس نے گننے کے مسائل کو ایک تا ایک مطابقت کی ترکیب سے ترویج (Develop) دی جو جانوروں کے لئے استعمال کئے جاتے تھے۔ اس کا طریقہ کار ایک جانور ایک پتھر یا ایک لکیر، دو جانور دو پتھر یا دو لکیر تھا۔ لیکن پتھر یا لکیر کا طریقہ انگلیوں کی گنتی سے بدل گیا اور گنتی کے لئے انگلیوں کا استعمال بغیر کسی نام یا نمبر کے ہونے لگا اور جب گننے کے دوران تمام انگلیاں پوری ہو جاتی ہیں۔ ایسی صورت میں بڑے گروہ کو چھوٹے گروہ سے تقابل کرتے ہوئے تخمینہ کیا جانے لگا اور بسا اوقات عدد ایک اور دو کے بعد بے شمار (Many) کا گمان کیا جانے لگا۔ آج بھی کچھ قبائل ایک، دو یا تین پتھر کے نام موسوم کرتے ہیں اور اس کے علاوہ دیگر کو بے شمار (Many) سے تعبیر کرتے ہیں۔ اس طرح انسان نے گننے اور لمبائی کا موازنہ کرنے کے لئے دونوں ہاتھوں کی انگلیوں کے استعمال کے ساتھ پیروں کی انگلیوں کا بھی استعمال شروع کیا جو ایک سے ایک مطابقت کے اصول پر مبنی تھا۔ جسم کے اعضاء جیسے انگلیاں، ہتھیلی، قدمچہ (Foot) وغیرہ کا استعمال لمبائی کے تقابل میں استعمال ہونے لگا اور غیر معتبر پیمائش کے مسائل کے تدارک میں معیاری پیمائش وجود میں لائی گئی۔

رقبہ: (Area)

رقبہ کا تصور اس وقت وجود میں آیا جب دو اجسام کا تقابل ان کے ابعاد کے اعتبار سے ہونے لگا، اس طریقہ کار میں اجسام کے تقابل کے لئے ان کو بازو بازو رکھ دیا جاتا تھا۔ لیکن جب یہ طریقہ بڑی مقداروں کی اجسام کے لئے موثر نہ رہا تب دو ابعادی پیمائش کا تصور لایا گیا اور دو ابعادی اکائیوں کے طریقے کو فروغ حاصل ہوا۔

حجم: (Volume)

حجم کا تصور غالباً اس حقیقت کی وجہ سے وجود میں آیا جب کہ دو برتنوں کی گنجائش کا موازنہ لاحق ہو اور جب ضروریات بہت پیچیدہ ہوئیں تب سائنسی استدلالی طریقے کے ذریعہ خطی پیمائش اور مربعی پیمائش کے رجحانات کو تقویت حاصل ہوئی اور اسی طرح سہ ابعادی پیمائش وجود میں آئی اور ممکنہ طور پر بتدریج ترقی پائی۔

ریاضی کے ارتقاء کا محرک دراصل تجارتی تقاضوں میں مضمر ہے۔ حسابیات (Arithmetic) کی ترقی فرد واحد کی دولت کے تخمینہ کی ضرورت کا نتیجہ ہے اور علم ہندسہ (Geometry) ارضیات (Land) کی پیمائش کے تقاضوں کا نتیجہ ہے۔ اس طرح علم مثلثات علم فلکیات کی معاونت کا نتیجہ ہے۔ ریاضی کے ارتقاء کی تاریخ مختلف تہذیبوں کی خدمات کی مرہون منت ہے۔ جن میں بالخصوص یونانی (Greek) تہذیب کا تعاون علم ہندسہ (Geometry) میں اور ہندوستانیوں کا تعاون حسابیات (Arithmetic) میں قابل ذکر ہے۔ تحقیق سے پتہ چلتا ہے کہ دور حاضر کی اکثر دریافتیں جو مغربی

ریاضی دانوں سے موسوم کی جاتی ہیں وہ دراصل دور قدیم میں ہندوستانی ریاضی دانوں کے لیے اجنبی نہیں تھیں۔ مثال کے طور پر صفر "0" کا تصور جو عشری نظام کی بنیاد فراہم کرتا ہے۔ پہلے ہی سے ہندوستان میں رائج تھا۔

علاوہ ازیں ریاضی کی ترقی میں دنیا کی تمام قومیں جیسے سامورین (موجودہ عراقی)، یونانی، مصری، ہندوستانی، عربی، چینی وغیرہ کا تعاون قابل ذکر ہے۔ موجودہ دور کی درسیات میں شامل مواد دراصل ان ہی کی کاوشوں کا نتیجہ ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

خالی جگہیں مناسب الفاظ سے پر کیجیے۔

- 1- ریاضی کی تاریخ بہت ہی _____ ہے۔
- 2- ریاضی کا آغاز چیزوں کے گننے اور _____ کرنے سے ہوا۔
- 3- ریاضی کے ارتقاء کا محرکہ _____ میں مضمر ہے۔
- 4- ریاضی کے ارتقاء کی تاریخ _____ کی خدمات کی مرہون منت ہے۔

1.5 بھارتی ریاضی دانوں کی خدمات: (Contribution of Indian Mathematicians)

(آریہ بھٹ، برہما گپتا، وراہا مہیرا، بھاسکر اچاریہ، سری نواس رامانجن، شکنتلا دیوی)

(Arya Bhatta, Brahmagupta, VarahaMihira, Bhaskaracharya, Srinivasan Ramanujan, Shakuntala Devi)

آریہ بھٹ: (Aryabhata)

آریہ بھٹ ہندوستان کے عظیم ریاضی داں اور ماہر فلکیات تھے۔ جن کی پیدائش ق۔م 476 پاٹلی پترا (Patliputra) قریب پٹنہ جو بہار کی راجدھانی ہے میں ہوئی۔ آریہ بھٹ کی کتاب Ariya Bhattium جو فلکیات اور ریاضیات میں پر مشتمل ہے میں دو درجی مساوات کی علامتوں کا جدول اور الجبرا اور علم منلت کے قوانین شامل ہیں۔

آریہ بھٹ کی خدمات: (Contribution of Aryabhata)

آریہ بھٹ نے نامعلوم مقداروں کو حروف سے ظاہر کرنے کے تصور کو پیش کیا اور اعداد ۲۵ تا ۱ کو ہندی حروف تہجی کے ذریعہ ظاہر کیا۔

1. آریہ بھٹ نے اعشاریہ کے استعمال کا مستند طریقہ کار متعارف کروایا۔
2. آریہ بھٹ سے پہلے جذ المربع کے استعمال کا طریقہ بنانے والے چینی ریاضی داں تھے لیکن آریہ بھٹ نے اس کو مختصر اور واضح انداز میں پیش کیا۔
3. آریہ بھٹ نے علم ہندسہ (Geometry) میں عظیم خدمات انجام دی۔ مشہور کلیہ فیثاغورث، ہمیں آریہ بھٹ کے کام ہنس ذیل کی شکل میں دکھائی دیتا ہے۔

$$2(\text{ضلع}) + 2(\text{عمود ضلع}) = 2(\text{وتر})$$

4. آریہ بھٹ نے Sines اور I-Cosine کو متعارف کرایا جو Ptolemy کے نصف وتر (Semi-Chord) کی بہتری کی عمدہ شکل تھی۔

5. آریہ بھٹ نے حسابی تعدد (Arithmetic Progression) میں 'P' رکن کے بعد کے ارکان کے مجموعہ کا اصول دیا۔

$$S = n \{ a + [(n-1)/2 + t] d \}$$

$$S = [(a+m)/2]$$

جہاں a اور b بالترتیب سلسلے کے پہلے اور آخری رکن ہیں اور d ارکان کے درمیان مشترکہ فرق، n ارکان کی تعداد ہے جو حسابی سلسلہ کے (t+1) سے (t+n) ویں رکن تک تفریق کرنے میں حاصل ہوتی ہے۔

6. آریہ بھٹ کی ذہانت کا اندازہ اس بات سے ہوتا ہے کہ اس نے نمبر معروف (Indeterminant) خطی مساوات جیسے $ax+by=c$ کو حل کرنے کی کوشش کی جو مسلسل کسری طریقہ پر مبنی تھا اور جو واقعاً موجودہ دور کے طریقے کار کے عین مطابق ہے۔

7. آریہ بھٹ نے نہ صرف علم حساب بلکہ الجبرا میں بھی کافی خدمات انجام دیں۔ اس نے سادہ اور مرکب الجبرائی مقداروں کی دونوں شکلیں یعنی (i) صحیح اعداد (ii) کسری اعداد کے حوالے سے جمع، تفریق، تقسیم اور ضرب کو بیان کیا جیسے:

$$1- (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab,$$

$$2- ab = [(a+b)^2 - (a^2+b^2)]/2$$

$$3- (a+b)^2 - (a^2+b^2) = 2ab$$

8. آریہ بھٹ ہی وہ سب سے پہلا ریاضی داں ہے جس نے (p) پائی کی قدر کو تقریباً چار صحیح اعشاریہ تک کا تخمینہ کیا۔ جس کا طریقہ کار یہ تھا 100 میں 4 جمع کیجئے اور اس کو 8 سے ضرب کیجئے اور اس میں 62,000 کو جمع کیجئے۔ یہ تقریباً ایسے دائرے کا محیط ہوگا جس کا فطر 20,000 ہے یعنی:

$$\pi = \text{Circumference/Diameter} = 62832/20000 = 3.1416 \text{ (Approx)}$$

9. آریہ بھٹ نے تقریباً تمام تراشکال کے رقبوں کا ضابطہ دریافت کیا جیسے مربع، مستطیل، مثلث، معین، دائرہ، کرہ اور مخروط کا حجم وغیرہ۔ اس کے علاوہ اس نے دیگر ہندسی اشکال کے بنانے کے لئے ہندی عمل کی رہنمائی کی کوشش کی جیسے مثلث، چار ضلعی، دائرہ وغیرہ۔ اس بات سے یہ واضح ہوتی ہے کہ وہ عملی علم ہندسہ سے کس قدر دلچسپی رکھتا تھا۔

10. آریہ بھٹ نے 'n' مسلسل مربع اعداد اور n مسلسل مکعب اعداد کے جمع کا ضابطہ پیش کیا۔

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(n+1)/6$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = n^2(n+1)^2/4$$

12. آریہ بھٹ ایک ریاضی داں ہونے کے علاوہ ایک ماہر فلکیات بھی تھے۔ انھوں نے بڑی جرات کے ساتھ سے اس بات کا اعلان کیا کہ "فلکی اجسام کی روزانہ حرکت زمین کے اپنے محور پر گردش کی وجہ سے ہے"۔

تاہم ہم اس بات کی تصدیق کر سکتے ہیں کہ آریہ بھٹ نے اپنی گراں قدر تحقیق کے ذریعہ ریاضی اور فلکیات کی ترقی میں ایک نئے باب کا آغاز کیا۔

لہذا ان کے کارناموں کے بغیر ریاضی کی تاریخ ادھوری ہے۔

برہمہ گپتا: (Bharma Gupta)

برہمہ گپتا (598-628 عیسوی سن) کا تعلق ریاست گجرات سے ہے۔ وہ Bhrama Sputa Siddhantha نامی کتاب کے مصنف

ہیں۔ انھوں نے علم حساب اور الجبرا کی دو مختلف شاخوں کی حیثیت سے شناخت کی۔ وہ پہلے ہندوستانی ریاضی داں تھے جنھوں نے صفر کا استعمال کرتے ہوئے جمع، تفریق اور ضرب کے عمل کو متعارف کرایا۔

انھوں نے الجبراء میں منفی اعداد کے اصول بیان کئے اور مربعی مساوات کے حل کا طریقہ بتایا۔ کسر لکھتے وقت شمار کنندہ کو نسب نما کے اوپر لکھنے کی اسکیم کو متعارف کروایا۔ انھوں نے $x^2 - 10x = -9$ جیسی مساوات کو مربعی ضابطے کا استعمال کرتے ہوئے حل کیا اس سے اس موضوع پر ان کے علم کا اندازہ ہوتا ہے۔ انھوں نے پائی (p) کی قیمت (22/7) معلوم کی اور عملی قیمت '3' بتائی۔ انھوں نے صفر (0) کے تصور کو سمجھانے میں کافی تعاون کیا۔ انھوں نے صفر کی $a-a=0$ سے متعارف کروایا۔

صرف 31 سال کی عمر میں انھوں نے فلکیات پر ایک تصنیف (Brahma Siddhanta) کی جس میں 21 ابواب شامل ہیں۔ اس تصنیف کا آغاز کیلکولیٹر کی تعریف سے ہوتا ہے جو فلکیات کا مطالعہ کرنے کے قابل ہے۔ "جو صاف صاف اور فرداً فرداً جمع اور منطقی کی باقی اور مقررہ بشمول سائے کے ذریعے پیمائش کرنا جانتا اور فلکیات کا مطالعہ کر سکتا ہے۔"

برہمہ گیتا نے علم الحساب میں صحیح اعداد (Integers)، کثیر (Fraction)، سلسلہ (Progression)، مبادلہ (Barter)، سود مفرد (Simple Interest)، مستوی اشکال کی مساحت (Mensuration of Plane Figure)، حجم سے متعلق مسائل اور سائے کے ذریعے سے حساب کتاب (Shadow reckoning) شامل ہیں۔

برہمہ گیتا نے a, b, c, d اور اضلاع والے ذواربعۃ الاضلاع (Quadrilateral) کا رقبہ (Area)

$$S = 1/2 (a+b+c+d) \text{ Sq. Root of } (s-a)(s-b)(s-c)(s-d) \text{ بتایا جس میں}$$

یہ ضابطہ صرف مستقیم محیط ذواربعۃ الاضلاع (Cyclic Quadrilateral) کے لئے مخصوص ہے۔ اس کے ساتھ اس نے مثلث کے رقبے کے لئے ایک قطعی ضابطہ پیش کیا جو $Sq. \text{Root of } (s-a)(s-b)(s-c)$ ہے۔ انھوں نے منفی اعداد کے عمومی اصول بھی دیئے جیسے۔ منفی اعداد سے منفی کا ضرب یا منفی عدد کو منفی عدد سے تقسیم کرنے پر حاصل ہونے والا عدد مثبت ہوتا ہے۔

برہمہ گیتا وہ پہلا ریاضی دان ہے جس نے فلکیات کے مطالعے کے لئے بڑے پیمانے پر الجبراء کا استعمال کیا۔ برہمہ گیتا کی Indeterminate Equations میں بھی غیر معمولی دلچسپی تھی۔ ریاضی کے تین ان کی غیر معمولی دلچسپی بگن اور جدوجہد نے انھیں ہندوستانی سماج میں مینار نور بنا دیا۔

وراہا مہیرا: (VarahaMihira) (505-587 AD)

وراہا مہیرا کو مالوہ کے افسانوی حکمراں یشودھارمن وکرم آدتیہ کے دربار کے نورتوں میں سے ایک سمجھا جاتا تھا۔ ان کی قابل قدر تصانیف کے نام Brihat Samhita، Panch Siddhantika اور Brihat Jataka ہیں۔ ریاضی کے میدان میں وراہا مہیرا کے کارناموں میں علم مثلث کے ضابطوں $\sin x = \cos(\pi/2 - x)$ ، $1 - \cos 2x/2 = \sin^2 x$ اور

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ شامل ہیں۔ وراہا مہیرا نے آریہ بھٹ-I کے sine table کی درستگی (accuracy) کو ہنر بنایا۔ ان کا شمار ان}$$

اولین ریاضی دانوں میں ہوتا ہے جنہوں نے پاسکل کے مثلث (Pascal's Triangle) کی ایک تبدیل شدہ صورت (Version) کی دریافت کی۔ انھوں نے اس کا استعمال دور کنی ضریب (Binomial Coefficient) معلوم کرنے کے لئے کیا۔

وراہا مہیرا کی دلچسپی علم فلکیات اور ریاضی میں تھی۔ انہوں نے اپنی تصنیف Panchsiddhanta میں تحریر کیا کہ سیارے (Planets) اپنے نور سے نہیں بلکہ سورج کی روشنی سے منور ہیں۔ اپنی تصانیف Brihat Samhita اور Brihat Jataka میں وراہا مہیرا نے جغرافیہ، سائنس، نباتیات اور علم حیوان (Animal Science) سے متعلق اپنی دریافتوں کا انکشاف کیا۔ وراہا مہیرا کی عظمت کا اس سے بڑھ کر کیا ثبوت ہو سکتا ہے کہ اسحاق نیوٹن سے تقریباً 11 سو برس پہلے انہوں نے ثقلی قوت (Gravitational Force) کی وضاحت کی تھی۔

اس طرح سے ہم یہ دیکھتے ہیں کہ ہمارے ریاضی دانوں نے اپنی خدمات سے اس زمانے میں ریاضی کو مالا مال کیا جس وقت باقی دنیا کے لوگوں نے اس میدان میں کوئی خاص توجہ نہیں کی تھی۔

بھاسکر اچاریہ: (Bhaskaracharya)

بھاسکر اچاریہ اپنے وقت کے ایک ماہر نجوم اور مصنف کی حیثیت سے معروف ہیں۔ ان کی کتاب کا نام Shiddhanta Shiromani ہے۔ ان کی پیدائش 1114 A.D. میں Bijjada Bida میسور میں ہوئی۔ ان کی تصنیف Shiddhanta Shiromani کے چار ابواب لیلواتی (Lilavati)، وجا گنیت (الجبراء - Vijaganit)، گول ادھایایہ (Gemetry-Goladhyaya) اور گرہ گنیت (Grahganit-) ہیں لیکن باب لیلواتی کی تصنیف کی بدولت بھاسکر اچاریہ زیادہ مشہور ہوئے۔ Grahganit میں بھاسکر اچاریہ نے Rolle's Theorem کا تصور پیش کیا۔ جبکہ گول ادھایایہ (Goladhyaya) میں زمین کی گولائی کا تصور واضح کیا۔

بھاسکر اچاریہ کی خدمات: (Contributions of Bhaskaracharya)

1- زمین کی گولائی (Roundness of Earth):

زمین کی گولائی کے بارے میں بھاسکر اچاریہ نے لکھا ہے کہ ایک دائرے کے محیط (Circumference of a circle) کا سواں حصہ (100th part) ایک سیدھے خط کی مانند نظر آتا ہے۔ ہماری زمین ایک بہت بڑے کرے کی مانند ہے ہم صرف اس کا ایک بہت ہی چھوٹا حصہ دیکھ سکتے ہیں اس لئے یہ ہمیں ساٹھ ہموار نظر آتی ہے۔

2- رولس کلیہ (Rolle's Theorem):

اس کلیہ کا بنیادی اصول بھاسکر اچاریہ نے پیش کیا۔ باب گرہ گنیت (Grahganit) میں انھوں نے جو الفاظ تحریر کئے انھیں ذیل کے مطابق بیان کیا جاسکتا ہے۔

سیارے کی حرکت جہاں اقل یا عظم ترین (یعنی سب سے کم یا سب سے زیادہ) ہوتی ہے وہاں حرکت کا نتیجہ (The Fruit of the Motion) غائب رہتا ہے۔

زوال پذیر حرکت (Retrograde motion) کے آغاز و انجام میں سیارے (Planets) کی ظاہری حرکت غائب رخم ہوتی ہے۔

3- علم مثلث (Trigonometry):

بھاسکر اچاریہ نے علم مثلث میں بھی بڑی خدمات انجام دی ہیں۔ باب گول ادھایایہ (Goladhyaya) میں موجود انکی تحریر کو اس طرح بیان کیا جا

سکتا ہے۔ $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

انھوں نے درج بالا ضابطے کی مزید تشریح کی اور اس کا استعمال درج ذیل مساوات تک پہنچنے کے لئے کیا۔

$$\sin(A+B)/2 = \frac{1}{2} [(\sin A + \sin B)^2 + (\cos A - \cos B)^2]$$

4- Determinant اور Indeterminant کا حل:

بھاسکر اچاریہ نے Determinant اور Indeterminant کے مسائل رسالات کے حل کے لئے ہندوستانی طریقے کی مکمل اور منظم وضاحت پیش کی۔ بھاسکر اچاریہ نے جو سوالات حل کئے وہ ان سے پہلے کے ریاضی دانوں کے مقابلے میں زیادہ، متنوع (Varied) قسم کے تھے اور ان میں خرید و فروخت، سود، قیمتی جواہرات اور زرمبادلہ، کسی نظم کے بند میں الفاظ کے حصے (Syllable)، ملٹری مارچ، کھدائی اور اناج کے تولنے سے متعلق مختلف سوالات شامل تھے۔

Calcutta Mathematical Society کے 1946 میں شائع شدہ رسالے میں شامل ایک مضمون میں بھاسکر اچاریہ کا تجویز کردہ ایک کلیہ سے بحث کی گئی تھی۔ اعداد کے نظریے کی تاریخ میں اس بات کے شواہد موجود ہیں کہ بھاسکر اچاریہ کے کلیہ میں لوگوں کی دلچسپی کس طرح بڑھتی رہی۔

5- شاعرانہ زبان کا استعمال: (Use of Poetic Language)

بھاسکر اچاریہ کو ریاضی کے پیچیدہ اور تجریدی مسائل کے شاعرانہ اظہار بیان کے لئے جانا جاتا ہے۔ اسی شاعرانہ انداز بیان کے ساتھ بھاسکر اچاریہ نے ریاضی کی تدریس کے لئے سب سے پہلے ایک طریقہ خوبصورتی کے ساتھ پیش کیا ہے اس کا انداز آپ کو درج ذیل عبارت سے ہو جائے گا۔
"ایک ستون کے قاعدے کے قریب سانپ کا ایک بل ہے۔ ایک مور چوٹی پر کھڑا ہے۔ ستون کی لمبائی کے تین گنا فاصلے سے بل میں جاتے ہوئے سانپ پر وہ سیدھا وہیں سے جھپٹ پڑتا ہے۔ جلدی سے بناؤ وہ سانپ کے بل سے کتنی دوری پر ملیں گے۔ جبکہ دونوں مساوی فاصلہ برقرار رکھتے ہوتے آگے بڑھ رہے ہوں۔"

6- تفریقی حسابان (Differential Calculus):

تفریقی حسابان کے میدان میں وہ پہلے ریاضی دان تھے جنہوں نے تفریقی ضریب (Differential Coefficient) سے متعلق مثالیں پیش کیں۔

7- ثقلی طاقت (Gravitational Force):

یہ بڑے فخر کی بات ہے کہ بھاسکر اچاریہ، نیوٹن سے بھی پہلے کشش ثقل کے قانون (Force Law of Gravitational) سے واقفیت رکھتے تھے۔ انہوں نے اسے ثقلی طاقت کا قانون کہا تھا۔ اپنی تحریروں کے ذریعے بھاسکر اچاریہ نے علم ریاضی اور علم نجوم میں گراں قدر خدمات انجام دی۔

8- دو درجید میں Indeterminant Equation:

بھاسکر اچاریہ نے جن مسائل پر کام کیا ان کی بدولت بالآخر Indeterminant Equation کا حل نکل گیا اور بھاسکر اچاریہ کی یہی سب سے بڑی قوت ہے۔ بھاسکر اچاریہ نے اس ضمن میں مختلف مسائل کو اس ترتیب میں منظم کرنی کی کوشش کی جیسے کہ دو درجید میں کی جاتی ہے۔

$$ax + c = by$$

$$ax + by + cz = d$$

$$ax + by + d = xy$$

درج بالا مساوات کی قیمتیں بھاسکر اچاریہ سے پہلے کے ریاضی دانوں کے یہاں بھی پائی جاتی تھیں۔ لیکن بھاسکر اچاریہ نے اس ضمن میں ایک قدم آگے بڑھاتے ہوئے دوسرے درجہ کی indeterminant Equation تک پہنچنے کی کوشش کی۔

$$ax^2 + 1 = (y^2)^2 \text{، اسے ہی Pell's Equation کہا جاتا ہے۔}$$

9- مکعبی اور چوگنی قوت والی مساوات (Cubic & Biquadratic Equations):

بھاسکر اچاریہ نے اپنی تصانیف میں مکعبی (تیسرے درجہ والی) اور چوگنی (چوتھے درجہ والی) مساوات پر بھی کام کیا۔ سدھانت شرومنی کے دوسرے باب میں درج ذیل قسم کے مسائل رسواالات شامل ہیں۔

$$x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0 \quad -1 \quad (\text{مکعبی مساوات})$$

$$(x^2)^2 + 5x^2 + 3 = 0 \quad -2 \quad (\text{چوگنی درجہ والی مساوات})$$

اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ وہ اس میدان میں کافی آگے تھے۔

10 - مختفی اعداد (Surds):

بھاسکر اچاریہ کی تحریر میں درج ذیل اقسام کے مسائل سے معلوم ہوتا ہے کہ انھیں مختفی اعداد (Surds) کے بارے میں کافی معلومات تھی۔ مثال۔ ایک مثلث کے دو اضلاع کی لمبائی 13 اکائی اور 15 اکائی ہیں۔ اگر اس کا رقبہ 4 مربع اکائی ہو تو اس کے قاعدے کی لمبائی کیا ہوگی۔

11 - Permutation & Combination:

بھاسکر اچاریہ نے اس موضوع پر بہت ہی حسن و خوبی کے ساتھ بحث کی ہے۔ ان کے دیئے گئے ضابطوں میں سے ایک ضابطہ درج ذیل شکل میں آج بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

$$\text{No. of permutation for } r \text{ thing} = r! / (k! \times \dots)$$

جہاں k اور 1 دو مختلف چیزیں ہیں۔

12 - مساحت (Mensuration):

بھاسکر اچاریہ نے مساحت کے میدان میں بھی کافی خدمات انجام دی ہیں۔ انھوں نے مختلف اشکال کے رقبے اور حجم کے ضابطے دیئے ہیں۔

$$\text{Area of Sphere} = 4 \times \text{Area of a circle} \quad \text{جیسے۔}$$

$$\text{دائرے کا رقبہ} = 4 \times \text{کرہ کی سطح کا رقبہ}$$

$$d \times 1/6 \times \text{کرہ کا حجم} = \text{کرہ کا رقبہ}$$

جہاں d کرہ کا قطر ہے۔

13 - لامحدودیت کا تصور: (Concept of Infinity)

بھاسکر اچاریہ نے کسی عدد کو صفر (0) سے تقسیم کرتے ہوئے، سب سے پہلے لامحدودیت کا تصور پیش کیا۔ وہ لکھتے ہیں "ایک ایسی کسر جس کا نسب نما صفر (0) ہو اسے لامحدودیت کہتے ہیں، اس عدد میں کوئی تبدیلی نہیں کی جاسکتی اگرچہ اسے کسی اور عدد میں جوڑا یا گھٹایا جاسکتا ہے۔" ایسا سمجھا جاتا ہے کہ لیلاوتی ان کی بیٹی کا نام تھا اور ماہرین نجوم نے یہ پیشن گوئی کی تھی کہ اس کی شادی نہیں ہوگی۔ روایت کے مطابق ایک ماہر نجومی کی حیثیت سے خود بھاسکر اچاریہ نے اس کی تصدیق اس طرح سے کی تھی کہ ایک سوراخ والے کپ کو پانی سے بھری بالٹی میں رکھا تھا۔ چونکہ کپ میں سوراخ تھا تو یقینی تھا کہ کچھ وقت کے بعد کپ میں پانی داخل ہوگا اور وہ کپ پانی میں ڈوب جائے گا۔ انھوں نے فرض کیا تھا کہ اگر کپ پانی میں نہیں ڈوبتا ہے تو شادی کے متعلق پیشن گوئی صحیح ہے۔ کہا جاتا ہے کہ لیلاوتی بہت ہی توجہ کے ساتھ کپ کو دیکھ رہی تھی۔ کچھ دیر کے بعد کپ پانی میں ڈوبنے ہی والا تھا کہ بالکل حادثاتی طور پر لیلاوتی کے کپڑے سے ایک موتی کپ میں گر گیا جس کی وجہ سے کپ میں موجود سوراخ بند ہو گیا اور کپ نہیں ڈوبا۔ اس واقعہ سے اس بات کی تصدیق ہو گئی کہ لیلاوتی کی شادی نہیں ہوگی۔ لیلاوتی کو دلاسا دینے کے لئے، بھاسکر اچاریہ نے اپنی مشہور تصنیف Siddhanta Shiromani کے ایک باب کا نام لیلاوتی رکھ دیا۔

اس طرح سے ہم دیکھتے ہیں کہ بھاسکر اچاریہ کی ریاضی کے تین خدمات ناقابل فراموش ہیں۔ وہ ہر لحاظ سے، ایک نامور ماہر فلکیات اور ریاضی دان تھے۔ وہ اپنے نام بھاسکر (سورج) کی طرح ریاضی کی دنیا کا درخشاں ستارہ تھے۔

سری نواس رامانجن: (Srinivasan Ramanujan)

رامانجن رامانوجن کی پیدائش ایک برہمن خاندان میں 12 دسمبر 1887ء کو اروڈ نامی مقام مدراس میں ہوئی تھی۔ ان کے اساتذہ، ان کی ذہانت اور ریاضی کے تئیں ان کی خداداد صلاحیت سے بہت متاثر تھے۔ وہ صرف 13 سال کی عمر میں Loney's Trigonometry کے تمام سوالات بغیر کسی خارجی مدد کے حل کر سکتے تھے۔ 14 سال کی عمر میں ایل یلر (L.Eular) کے sin اور cos سے متعلق کلیات (Theorems) پر آسانی حل کر لیتے تھے۔

اس کے علاوہ 1903ء میں انھوں نے George School Bridge کی کتاب Synopsis of Elementary Results related to Pure & Applied Mathematics کا مطالعہ کیا۔ اس کتاب نے انہیں ایک مکمل نئی دنیا سے متعارف کروایا۔ انھوں نے کتاب کے سوالات کا حل اپنے طریقے سے کیا۔

رامانوجن کی خدمات: (Contributions of Ramanujam)

- 1- انھوں نے Definite Integers میں عمومی ضابطوں کی شکل میں بہتر معیاری نتائج اخذ کئے۔ یہ سبھی مدراس یونیورسٹی میں داخل کردہ تین سو ماہی رپورٹوں میں شامل ہیں۔
 - 2- وہ بلاشبہ Hypo Geometry Series of Continued Fraction کے عظیم ترین ماہرین میں شامل تھے۔ اس بات پر تبصرہ کرتے Prof. Hardy رقم طراز ہیں "یہ ان کی الجبری ضابطوں اور Transformation Infinite Series وغیرہ میں بصیرت تھی جو بہت حیرت انگیز تھی۔ اس ضمن میں غالباً مجھے ان کا کوئی مد مقابل نہیں ملا اور میں ان کا صرف Euler اور Jacobi سے موازنہ کر سکتا ہوں۔"
 - 3- Divergent Series ان کی پہلی تحقیق تھی جو Prof. Hardy کو 120 theorems کی شکل میں 1913ء میں بھیجی گئی تھی۔
 - 4- رمانوجن نے Unresolved Fermat Theorem پر قابل غور پر مضمون لکھا۔
 - 5- 1729، رمانوجن کا خاص عدد کہلاتا ہے جسے $1729 = 1^3 + 12^3$ اور $1729 = 9^3 + 10^3$ کی شکل میں یعنی ان 2 اعداد کے مکعب کے مجموعے کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے۔
 - 6- انھوں نے مفرد اعداد (Prime Numbers) سے متعلق Reimann's Series کی دریافت کی کوشش کی تھی۔
 - 7- انھوں نے Eulerian Second Integral کو منفی، مثبت اور کسری قیمتوں کے لئے ایک مفہوم عطا کیے۔
 - 8- وہ Elliptic Function کے سوالات کو بخوبی جانتے تھے۔
 - 9- رمانوجن نے انتہائی مرکب (Highly composite numbers) کی ساخت (Structure)، تقسیم (Distribution) اور خصوصی اشکال (Special Forms) کا مطالعہ کیا۔
- اس طرح سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اپنی میرٹ اور استعداد (Competencies) کے لحاظ سے رمانوجن ایک عظیم ترین ریاضی دان تھے۔ ان کی خدمات نے ریاضیاتی سوچ پر گہرے نقوش چھوڑے ہیں۔
- شکنتلاد یوی: (Shakuntala Devi)

1- "Numbers have life. They are not just symbols on paper."

"اعداد میں جان ہوتی ہے اور وہ محض کاغذ پر علامات نہیں ہوتے ہیں۔"

2- "Nobody challenge me. I challenge myself."

"کوئی بھی مجھے چیلنج نہیں کرتا، میں خود کو چیلنج کرتی ہوں۔"

شکنتلاد یوی کے درج بالا اقوال سے ظاہر ہوتا ہے کہ انھیں اعداد اور علم ریاضی سے کس قدر عشق تھا۔ شکنتلاد یوی کی پیدائش 4 نومبر 1939ء کو بنگلور میں ہوئی تھی۔ اس حیرت انگیز خاتون نے اپنی دلچسپی کے میدان میں جو کامیابی حاصل کی وہ بہت کم لوگوں کے نصیب میں آتی ہے۔

میدان ریاضی میں ایک محیر العقول شخصیت کی حامل، شکنتلاد یوی کو انسانی کمپیوٹر کہا جاتا ہے۔ انہیں کسی مشین ر آلہ (جیسے کمپیوٹر یا کیلکولیٹر) کی مدد

کے بغیر علم الحساب کے مشکل اور پیچیدہ سوالات کو انتہائی کم وقت میں حل کرنے کی صلاحیت کی وجہ سے مقبولیت حاصل ہوئی۔ حساب اور ریاضی سے عشق کی شکتلا کی داستان کا آغاز ان کے بچپن سے ہی ہو گیا تھا۔ صرف 6 سال کی عمر میں شکتلا دیوی نے یونیورسٹی آف میسور میں اپنی بے پناہ جرات کا پہلا عوامی مظاہرہ کیا تھا۔ انہوں نے انتہائی مشکل مرکب اعداد کے جذامربع اور جذرامکعب صرف چند سیکنڈ میں معلوم کر کے وہاں موجود لوگوں کو حیرت زدہ کر دیا تھا۔ اس طرح سے مزید چند مظاہرات کے بعد، شکتلا دیوی نے 8 سال کی عمر میں اناملائی یونیورسٹی میں اپنی غیر معمولی مہارت دکھائی اور ایک کم سن جری (Child Prodigy) کے بطور اپنی شناخت بنا لی۔

شکتلا دیوی کی حصولیابی (Achievement of Shakuntala Devi):

1977 میں ایک مظاہرے کے دوران شکتلا دیوی کو، دو سو ایک ہندسی عدد کا 23 واں جذر معلوم کرنے کے لئے کہا گیا اور انہوں نے صرف 50 سیکنڈ میں اس سوال کا بالکل درست جواب حاصل کر لیا تھا۔ اسی طرح 1980 میں Imperial College London میں شکتلا دیوی نے دو، تیرہ ہندسی اعداد کا حاصل ضرب 28 سیکنڈ میں معلوم کیا تھا۔ وہ اعداد اس طرح ہیں۔

1- 7686 369 774 870

2- 2465 099 745 779

ان دونوں اعداد کا حاصل ضرب 18,947,668,177,995,426,462,773,730 ہوتا ہے۔ جسے انہوں نے بہت ہی کم وقت میں معلوم کیا تھا۔ یہ واقعہ 1982 کی گیز بک آف ورلڈ ریکارڈ میں درج ہے۔ امریکہ کی Standford University میں 1988 میں شکتلا دیوی نے 95443993 کا جذرامکعب 457 صرف 2 سیکنڈ میں حساب کر کے بتایا تھا۔ اسی طرح انہوں نے 2373927704 کا جذرامکعب 1334 صرف 10 سیکنڈ میں معلوم کیا اور 20047612231036 کا آٹھواں جذر 46 بھی صرف 10 سیکنڈ میں معلوم کیا۔ شکتلا دیوی کی اہم تصانیف ہیں۔

1. Puzzles to puzzle you
2. In the wonderland of numbers
3. Mathability: Awaken the Math Genius in your child
4. More Puzzles to puzzle you

شکتلا دیوی کی پہیلیاں:

یوں تو شکتلا دیوی نے ہمیں بے شمار پہیلیوں سے متعارف کروایا لیکن آپ کی دلچسپی کے لئے درج ذیل دو پہیلیوں کو منتخب کیا گیا ہے۔

1- ہمارے پاس دو پاسے مہرے (Dice) ہیں۔ بتائیے وہ کتنے مختلف طریقوں سے پھینکے جاسکتے ہیں؟

2-

حسابی سلسلے (Arithmetic Sequence) میں وہ تین صحیح اعداد (Integers) کون سے ہیں جن کا حاصل ضرب ایک مفرد عدد (Prime Number) ہے۔

شکتلا دیوی کے اعزازات: (Awards Received by Shakuntaladevi):

- 1- یونیورسٹی آف فلپائن نے 1969 میں شکتلا دیوی کو سال کی ممتاز خاتون (Distinguish Woman of the year) کے اعزاز سے نوازا اور ایک طلائی تمغہ (Gold Medal) بھی عطا کیا۔

- 2- 1988 میں انہیں واشنگٹن ڈی۔سی۔ میں Ramanujan Mathematical Genius Award سے نوازا گیا۔
- 3- 1995 میں دو، تیرہ ہندسی اعداد کا حاصل ضرب کمپیوٹر سے زیادہ تیز معلوم کرنے کے کارنامے پر، ان کا نام گنیز بک آف ورلڈ ریکارڈ میں شامل کیا گیا۔
- 4- انہیں ان کے انتقال سے ایک مہینہ قبل 2013 میں Life Time Achievement Award سے بھی نوازا گیا تھا۔
- حالانکہ ریاضی سے بے پناہ محبت کرنے والی اس حرکتیاتی (Dynamic) شخصیت کا 2013 میں انتقال ہو گیا لیکن وہ اپنی سوچ اور کارناموں کے ذریعے مستقبل میں بھی یاد کی جاتی رہیں گی۔ واقعہ یہ ہے کہ شکنتلا دیوی جیسی ذہین و فطین شخصیات روز روز نہیں پیدا ہوتیں۔ ریاضی کے تئیں ان کے والہانہ عشق اور جدوجہد نے ان کو ایک مثالی شخصیت کے طور پر ابھارا اور وہ ہمارے لئے باعث فخر بن گئیں۔
- اپنی معلومات کی جانچ:
- مناسب جوڑیاں لگائیے۔

B	A
(a) مالوہ	(i) آریہ بھٹ
(b) گجرات	(ii) برہمہ گپتا
(c) پاٹلی پترا	(iii) وراہامہرا
(d) بنگلور	(iv) سری نواس رامانجن
(e) مدراس	(v) شکنتلا دیوی

1.6 مغربی ریاضی دانوں کی خدمات: (Contributions of Western Mathematicians)

(اقلیدس، فیثاغورث، رینے دیکارت، جارج کینٹر) (Euclid, Pythagoras, Renedescarte, George Cantor)

اقلیدس: (Euclid)

اقلیدس (325BC) اپنے وقت کے ممتاز ریاضی داں تھے جنہوں نے اپنے وقت کے تمام ریاضیاتی علم کا خلاصہ تیار کیا تھا۔ انہوں نے ریاضیاتی علم کو منظم کیا اور علم ہندسہ کے مواد مضمون کو منطقی بنیاد پر ایک یکجا کیا۔ وہ مختلف کتابوں کے مصنف تھے اور انکی تحریر کردہ کتابیں خاص طور پر علم ہندسہ کے مطالعے کے لئے بہت اہم معنی جاتی ہیں۔

یوکلڈ الیمنٹ: (Euclid Elements)

Book-1: مثلث، عمودی اور متوازی خطوط، چار ضلعی اشکال کا رقبہ (Areas of rectilinear Figures) اور کلیہ فیثاغورث۔

Book-2: رقبہ کی تشکیل (Formation of Areas)، الجبری اور ہندسی طریقوں سے بتائی گئی ہے۔

Book-3: دائرہ (Circle)، وتر (Chords) اور مثلثات (Triangles)۔

Book-4: کثیر الاضلاع (Polygon) اور منظم کثیر الاضلاع کا دائرہ بنانا۔

Book-5: تناسب اور اسکے متعلقات۔

Book-6: تناسب کے تصور کا متشابہ شکلوں پر اطلاق۔

Book-7: اعداد کا نظریہ، اعداد کی درجہ بندی، جفت اعداد، طاق اعداد، Phase Numbers، Solid Numbers اور Numerical

- Theory of Proportion

Book-8: Study of continued Proportion

Book-9: عددی نظریہ جس میں اس بات کا ثبوت بھی شامل ہے کہ مفرد اعداد (Prime Numbers) کی تعداد لامحدود ہے۔

Book-10: غیر ناطق اعداد کا مطالعہ (Study of Irrationals)۔

Book-11: سہ ابعادی علم ہندسہ جو Book-1 کے مستوی محدودی علم ہندسہ سے مطابقت میں ہے

Book-12: تجلیلی طریقہ کار کا استعمال کر کے یہ بات دکھائی گئی کہ دائرے اپنے قطر کے تناسب میں ہوتے ہیں۔

Book-13: منتظم ٹھوس اشکال (Regular Solids)۔

اقلیدس نے مندرجہ ذیل پانچ ہندسی بیانات کا انتخاب کیا ہے جو انہوں نے ہندسی ساخت (Geometrical Structures) کے فروغ کے لئے فرض کیا تھا۔

اقلیدس کے پانچ موضوعے: (Euclid's 5 Postulates)

1. کسی بھی نقطہ سے کسی بھی دوسرے نقطے تک ایک خط مستقیم کھینچا جاسکتا ہے۔
2. ایک خط محدود، ایک مسلسل خط مستقیم پر کھینچا جاسکتا ہے۔
3. سبھی قائمہ زاویے ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔
4. کسی مرکز سے ایک متعین فاصلے پر ایک دائرہ کھینچا جاسکتا ہے۔
5. دو دیئے گئے خطوط کو کوئی تیسرا خط مستقیم اس طرح سے قطع کرے کہ ایک ہی طرف کے دونوں اندرونی زاویوں کا مجموعہ دو قائمہ زاویوں سے کم ہو، تب وہ دو خطوط ایک دوسرے کو اسی طرف قطع کریں گے۔ اقلیدس کے یہ موضوعے، وہ اہم ستون ہیں جن پر اقلیدسی علم ہندسہ کی عمارت تعمیر ہوئی ہے۔ اقلیدس کے پانچویں موضوعے کو تبدیل کر کے درج ذیل آسان طریقہ سے بیان کیا جاتا ہے۔ دیئے گئے کسی نقطہ سے، جو کسی دیئے گئے خط پر واقع نہ ہو ایک اور صرف ایک ایسا خط کھینچا جاسکتا ہے جو دیئے گئے خط کے متوازی ہو۔

اقلیدس کی خدمات: (Contributions of Euclid)

- ☆ اقلیدس نے ثابت کیا ہے کہ مفرد اعداد (Prime Numbers) لامحدود ہوتے ہیں۔ اسے عام طور پر اقلیدس کا دوسرا کلیہ بھی کہا جاتا ہے۔
- ☆ انہوں نے اپنے وقت کے تین مسائل پر غور و فکر کیا جو اس طرح ہیں۔
 - 1 ایک زاویہ کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرنا۔
 - 2 کسی مکعب کا دو گنا کرنا۔
 - 3 کسی عدد کے مکعب سے اس عدد کا مربع معلوم کرنا۔
- ☆ انہوں نے غیر ناطق اعداد سے متعلق ایسے مسائل حل کئے جو اس وقت تک حل نہیں کئے جاسکے تھے۔
- ☆ اقلیدس نے اپنی کتاب The Euclid Elements میں Exhaustion اور Reduction Absurdum کا طریقہ کار اختیار کیا۔
- ☆ اقلیدس نے دو اعداد کا مشترک عدا اعظم (Greatest common divisor) معلوم کرنے کے لئے اپنا ایک طریقہ متعارف کروایا جسے Euclidian Algorithm طریقہ کہا جاتا ہے۔

☆ کلیہ فیثا غورث کا ایک طرز کا ثبوت پیش کرنے کا سہرا بھی اقلیدس کے سر جاتا ہے۔

اقلیدس کو یونان کے عظیم ریاضی دانوں میں شمار کیا جاتا ہے۔ ان کی کتاب The Euclid Elements کو دنیا میں، علم ہندسہ کی ایک مستند ترین کتاب سمجھا جاتا ہے۔ جس نے انھیں علم ہندسہ کے بانی اور ریاضی کے رہنما استاد کا مقام عطا کیا۔

فیثا غورث: (Pythagorus)

فیثا غورث (Pythagorus) ایک یونانی ریاضی دان تھے جنھوں نے ریاضی کی ترقی میں بیش بہا کارنامے انجام دیئے۔ فیثا غورث اور ان کے مکتبہ فکر نے ریاضی کی ترقی اور ترویج میں نمایاں خدمات انجام دیں۔ فیثا غورث اور ان کے معاونین، ریاضی کے سوالات حل کرنے میں کوئی دلچسپی نہیں رکھتے تھے۔ اس کے برخلاف فیثا غورث کی خصوصی دلچسپی ریاضیاتی اصول، اعداد اور مثلث دیگر ہندسی اشکال کے تصورات اور کسی مسئلہ کے ثبوت کے تجریدی خیالات میں تھی۔

فیثا غورث کی خدمات: (Contributions of Pythagorus)

☆ فیثا غورث کا ماننا تھا کہ روزمرہ زندگی کے تمام تعلقات کو اعداد کے تعلقات سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

☆ اس زمانے میں فیثا غورث نے اعداد کی ان خصوصیات کا مطالعہ کیا جن سے دور حاضر کے ریاضی دان واقف ہوئے ہیں۔ جیسے کہ جفت اور طاق اعداد، مثلثی اعداد (Triangular Numbers)، Perfect Nimbers، وغیرہ۔ فیثا غورث کی نظر میں ہر عدد کی اپنی ایک شخصیت ہوتی ہے جسے ہم بہ مشکل شناخت کر پاتے ہیں۔

☆ انھوں نے دریافت کیا کہ کسی بھی طاق عدد $(2n+1)$ کو دو مربعوں کے فرق کی شکل میں لکھا جاسکتا ہے

$$(2n+1) = (n+1)^2 - n^2$$

جہاں n ایک کامل عدد ہے۔

☆ اگرچہ کہ ایک ہزار سال قبل اہل بابل (Babylonians) کو اس کلیہ کا علم تھا پھر بھی کلیہ فیثا غورث کو فیثا غورث سے منسوب کیا جاتا ہے اور شاید اس کی سب سے بڑی وجہ یہ ہے کہ اس کلیہ کو ثابت کرنے والے وہ پہلے شخص تھے۔

☆ درجہ ذیل میں ان کلیات (Theorams) کی فہرست درج کی جا رہی ہے جو یا تو راست فیثا غورث کے منسوب ہیں یا عمومی طور پر ان کے معاونین نے دریافت کئے۔

1- کسی مثلث کے تینوں زاویوں کا مجموعہ دو قائمہ زاویے ہوتا ہے۔ فیثا غورث کے معاونین اس تعیم کو جانتے تھے کہ کسی n ضلعی شکل

کے داخلی زاویوں کی پیمائش کا مجموعہ $(2n-4)$ قائمہ زاویہ ہوتا ہے۔ اسی طرح سے n ضلع کے خارجی زاویوں کی پیمائش کا مجموعہ 4

قائمہ زاویے ہوتا ہے۔

2- کلیہ فیثا غورث

☆ دیئے گئے رقبہ اور ہندسی الجبر کے لحاظ سے اشکال بنانا۔ مثال کے طور پر انہوں نے $a(a-x) = x^2$ کو ہندسی طریقہ سے حل کیا۔

☆ پانچ منتظم ٹھوس اشکال

☆ انھوں نے ایک دی گئی کثیر الاضلاع (Polygon) کے مساوی ایک کثیر الاضلاع (Polygon) بنائی جو دیگر کسی کثیر الاضلاع (Polygon) کے متشابه تھی اور پانچ منتظم کثیر الاضلاع (Regular Poly hedrons) بنانے میں کامیابی حاصل کی۔

☆ فیثاغورث نے رقبہ اور حجم کی خصوصیات کا مطالعہ کیا اور وہ پہلے ریاضی دان تھے جنہوں نے ثابت کیا کہ مساوی محیطہ/احاطوں کی شکل میں دائرہ وہ شکل ہے جو سب سے زیادہ رقبہ گھیرتی ہے۔ اسی طرح مساوی رقبوں کی مجسم اشکال میں کرہ وہ شکل ہے جس کا حجم سب سے زیادہ ہوتا ہے۔

☆ فیثاغورث نے سہ ابعادی علم ہندسہ (Solid Geometry) میں کرہ کو سب سے زیادہ Perfect شکل کہا۔ وہ جانتے تھے کہ کرے میں پانچ منتظم کثیرالسطوح (Regular Polyhedrons) ٹھیک ٹھیک طریقے سے پائی جاتی ہیں۔ ان کے نام اس طرح سے ہیں۔

چوتھی سطحی مجسم (Tetrahedron)

چھ سطحی مجسم (Hexahedron)

آٹھ سطحی مجسم (Octahedron)

بارہ سطحی مجسم (Dodecahedron)

بیس سطحی مجسم (Icosahedron)

☆ بہت ساری ریاضیاتی اصطلاحات جیسے۔ تریخیم (Ellipse)، شلجم (Parabola) وغیرہ کو متعارف کروانے کا سہرا بھی فیثاغورث کے سر جاتا ہے۔

☆ غیر ناطق اعداد کی دریافت کا اعزاز بھی فیثاغورث کے ملکہ فکر کو حاصل ہے حالانکہ شاید راست طور پر خود فیثاغورث نے یہ کام نہیں کیا۔

☆ فلکیات میں فیثاغورث نے یہ بات سمجھائی کہ زمین ایک ایسا کرہ ہے جو کائنات کے مرکز میں واقع ہے۔ انہوں نے اس بات کی بھی شناخت کی کہ

چاند کا مدار (Orbit of the Moon) زمین کے خط استواء کی طرف جھکا ہوا تھا۔ وہ ان اولین ماہرین میں شامل تھے جنہوں نے اس بات کا احساس کیا کہ شام اور صبح میں نظر آنے والا چمکدار ستارہ ایک ہی ہے جسے ہم زہرہ (Venus) کہتے ہیں۔

☆ فیثاغورث نے موسیقی میں بھی بڑی مفید تحقیقات کیں اور موسیقی کے آلے سرود (Lyre) کے تاروں (Strings) کی لمبائی معلوم کر کے موسیقی کا ایک نظریہ پیش کیا۔

ریاضی کی قدیم تاریخ میں غالباً فیثاغورث سب سے زیادہ ممتاز شخصیت تھے اور انکی تحقیقات نے نہ صرف علم ریاضی کو متاثر کیا بلکہ قدیم یونانی

مفکرین بھی ان سے متاثر ہوئے بغیر نہیں رہ سکے۔

رینے دیکارت: (Renedescarte)

رینے دیکارت کو فلسفہ جدید کا بانی سمجھا جاتا ہے۔ دراصل وہ 17 ویں صدی کے سائنسی انقلاب کے اہم کرداروں میں سے ایک تھے۔ اسی کے

ساتھ انہیں تجزیاتی علم ہندسہ (Analytical Geometry) کا بانی بھی مانا جاتا ہے۔ حالانکہ دیکارت نے مستوی محدودی علم ہندسہ (Plane Coordinate Geometry) پر بھی اہم اور بنیادی کام کیا ہے۔

رینے دیکارت کی پیدائش 31 مارچ 1596 کو فرانس میں ہوئی۔ سن 1607 میں انہوں نے Jesuit College Royal- Henery

Legrand میں داخلہ لیا تھا۔ طالب علمی کے زمانے سے ہی رینے دیکارت کو ریاضی سے غیر معمولی دلچسپی تھی۔

رینے دیکارت کی خدمات: (Contributions of Renedescarte)

رینے دیکارت نے 17 ویں صدی میں جس کا تیسری محدودی علم ہندسہ کی ایجاد کی اس نے ریاضی کی دنیا میں ایک انقلاب برپا کر دیا۔ اسی نظام نے

اقلیدی علم ہندسہ (Eucliden Geometry) اور الجبرا، کے درمیان ایک منظم کڑی فراہم کی۔ یہ کارٹیسائی محدودی (Cartesian Coordinates) تجزیاتی علم ہندسہ (Analytical Geometry) کی بنیاد بنے اور علم ہندسہ کی بصیرت آمیز تشریحات (Insightful Interpretation) کا ذریعہ بھی جن سے ریاضی کی دیگر شاخوں نے بھرپور استفادہ کیا۔

دیکارت کی مشہور تصنیفات:

- 1- Discourse on the method (1637)
- 2- Lagueometric (1637)
- 3- The passions of the soul (1649)
- 4 - Musicae Compendium ()
- 5- Treatise of Men (1633)
- 6- Principles of Philosophy (1644)

1. دیکارت کے درج ذیل اقوال بھی قابل توجہ ہیں۔

"Each problem that I solved became a rule which served afterwards to solve the other problems."

2. میرا حل کردہ، ہر مسئلہ ایک اصول بن گیا اور آگے چل کر دوسرے مسائل کے حل کا ذریعہ بھی۔

"I think therefore I am."

3. میں سوچتا ہوں اس لئے میں ہوں۔

" With me everything turns into mathematics."

4. میرے پاس آ کر ہر چیز ریاضی میں بدل جاتی ہے۔

" Divide each difficulty into many parts as is feasible and necessary to resolve it."

5. ہر دشواری کو ممکنہ حد تک بہت سارے چھوٹے چھوٹے ایسے اجزاء میں تقسیم کیجئے کہ جن سے اس کا حل نکل آئے۔

" Perfect numbers like perfect men are rare."

قطعاً اعداد (Perfect Numbers)، کامل انسانوں (Perfect Men) کی طرح کمیاب ہوتے ہیں۔

ان اقوال سے بھی دیکارت کی عظمت کا احساس ہوتا ہے خاص طور پر اس صورت میں جب ہم دیکارت کے دور کے حوالے سے ان کے مفہوم اور

معنویت پر غور کرتے ہیں کہ واقعی ایک ریاضی دان اور فلسفی کی حیثیت سے دیکارت اس زمانے میں بھی کتنا ترقی یافتہ تھے۔

جارج کینٹر: (George Cantor) (1845-1918)

جارج کینٹر جرمنی کے ایک مشہور ریاضی دان گزے ہیں۔ انہیں سیٹ تھیوری کے موجد (Inventor of set theory) کی حیثیت سے زیادہ جانا

جاتا ہے۔ یہی وہ Set Theory ہے جو بعد کے دور میں علم ریاضی میں ایک بنیادی حیثیت حاصل کر گئی۔ جارج کینٹر نے اعداد کے دو سیٹ کے ارکان

(Elements) کے درمیان ایک سے ایک مطابقت قائم کی۔

1- دو صحیح منظم سیٹ (Well Ordered Sets)

2- بیان کردہ لامحدود سیٹ (Define Infinite Sets)

اس سے ثابت ہوا کہ حقیقی اعداد (real numbers)، طبعی اعداد (natural numbers) سے بہت زیادہ وسیع رکثیر (Numerous) ہیں۔

درحقیقت جارج کینٹر کا کلیہ (Theorem)، لامحدود اعداد کی لامحدودیت کے وجود (existence of infinite of infinities) پر مبنی

ہے۔ انہوں نے Ordinal & Cardinal Numbers اور ان کے حساب (Arithmetic) کی تعریف کا تعین کیا۔

تدریسی (تحقیقی) پیشہ وارانہ زندگی (Teaching & Research Career):

جارج کینٹر نے 1867ء میں یونیورسٹی آف برلن سے عددی نظریہ پر اپنا تحقیقی مضمون (Dissertation) مکمل کیا۔ University of Halle میں اپنی تدریسی خدمات انجام دیں۔ 1872ء میں انہیں ایک غیر معمولی پروفیسر (Extraordinary Professor) کی حیثیت سے ترقی دی گئی اور 1879ء میں ایک مکمل پروفیسر (Full Professor) بنایا گیا۔ صرف 34 سال کی عمر میں یہ درجہ جارج کینٹر کے لئے ایک بڑی حصولیابی تھی۔ تاہم وہ چاہتے تھے کہ انہیں ایک زیادہ، باوقار ادارے University of Berlin میں ایک 'اچیئر' حاصل ہو۔ یہ چیز اس لئے ممکن نہیں ہو پائی کہ اس کے کام کو بڑی مخالفت کا سامنا کرنا پڑا تھا۔

جارج کینٹر کی خدمات (Contributions of George Cantor):

اپنے Career کے ابتدائی دور میں جارج کی ریاضیاتی انجمنوں (Guilds) اور سوسائٹیوں (Societies) میں فعال شمولیت تھی۔ 1865ء میں وہ The Dutche Mathematiker Vereinigung Society کے پہلے صدر بنے اور Shelbach Seminar for Mathematics میں شمولیت اختیار کی۔ انہوں نے عددی کلیہ (Number Theory) اور تجزیہ (Analysis) پر کام کیا۔ University of Halle میں انہوں نے علم مثلث (Trigonometry) میں نئی تحقیق کرنے کا فیصلہ کیا اور مثلثیاتی سلسلہ (Trigonometric Series) کے تقابل (Functions) کی نمائندگی (Representation) کی انفرادیت (Uniqueness) پر تدریس کا آغاز کیا۔ 1873ء تک جارج نے یہ بات ثابت کر دی کہ ناطق اعداد (Rational Numbers) قابل شمار (Countable) ہوتے ہیں اور طبعی اعداد (Natural Numbers) کی مطابقت میں رکھے جاسکتے ہیں۔ جلد ہی انہوں نے اپنی تحقیقات کو Acta Mathematica نامی Leffere's Journal میں شائع کرنا شروع کیا۔ جارج کینٹر کے دوسرے بڑے کاموں میں ناقابل شمار سیٹ (Uncountable Set)، دی کینٹر سیٹ (The Cantor Set)، لامحدود سیٹ (Infinite Set)، Convergent Series، The continuum hypothesis، Infinite Hypothesis، وغیرہ کے علاوہ بھی بہت ساری چیزیں شامل ہیں۔

جارج کینٹر کو Sulvester Medal سے نوازا گیا تھا اور خود ان کی حیات اور خدمات پر بہت ساری کتابیں تحریر کی گئیں اور بطور خاص Men of Mathematics اور History of Mathematics میں جارج کینٹر پر خصوصی ابواب شامل ہیں۔ سچ تو یہ ہے کہ انہوں نے دور جدید کی ریاضی کی بنیاد رکھی اور ان کے بہت سارے کاموں سے ہم آج بھی استفادہ کر رہے ہیں۔

اپنی معلومات کی جانچ:

مناسب جوڑیاں لگائیے۔

B		A	
نا قابل شمار سیٹ (Uncountable Set)	(a)	اقلیدس (Euclid)	(i)
تناسب اور اس کے متعلقات	(b)	فیثاغورث (Pythagorus)	(ii)
سرود کے تار کی لمبائی	(c)	رینے دیکارت	(iii)
Principles of Philosophy	(d)	جارج کینٹر	(iv)

1.7 دیگر مضامین اور اپنی شاخوں کے ساتھ ریاضی کی ہم رشتگی:

(Correlation of Mathematics with other School subjects and with other Branches of Mathematics.)

اپنی ظاہری اور باطنی خوبیوں کے ساتھ ریاضی کا، روزمرہ زندگی اور دیگر مضامین کے ساتھ گہرا رشتہ ہے۔ ریاضی کی ہم رشتگی سے مکمل طور پر واقفیت رکھنے والا استاد اپنی تدریس کو دیگر مضامین اور روزمرہ زندگی کے ساتھ مربوط کرتے ہوئے موثر (Effective) بنا سکتا ہے۔

ہم رشتگی کے اقسام: (Types of Correlation)

- 1- روزمرہ زندگی اور ریاضی میں ہم رشتگی
 - 2- ریاضی اور اس کی دیگر شاخوں میں ہم رشتگی
 - 3- ریاضی کی ایک ہی شاخ کے مختلف عنوانات میں ہم رشتگی
 - 4- ریاضی اور دیگر مضامین میں ہم رشتگی
- ریاضی اور دیگر مضامین میں ہم رشتگی:

- | | |
|---|---|
| A | ریاضی اور طبعی علوم (Physical Sciences) میں ہم رشتگی |
| B | ریاضی اور حیاتیات (Biological Sciences) میں ہم رشتگی |
| C | ریاضی اور سماجی علوم (Social Sciences) میں ہم رشتگی |
| D | ریاضی اور زبان و ادب (Language and Literature) میں ہم رشتگی |
| E | ریاضی اور فن (Art) میں ہم رشتگی |
| A | ریاضی اور طبعی علوم میں ہم رشتگی |

ریاضی سے متعلق بیکن (Bacon) نے بڑے پتے کی بات کہی تھی "ریاضی تمام علوم کا دروازہ اور کلید ہے۔" اسی طرح کانٹ (kant) نے کہا تھا "ریاضی تمام طبعیاتی تحقیقات کا ناگزیر آلہ ہے۔" کوٹھاری ایجوکیشن کمیشن نے ریاضی کی اہمیت کو واضح کرتے ہوئے تحریر کیا ہے "ہم ریاضی کی اہمیت پر، سائنس کی تعلیم اور تحقیق کے مقابلے میں بہت زیادہ زور نہیں دے سکتے لیکن، یہ بات بھی صحیح ہے کہ پچھلے تمام ادوار کے مقابلے میں آج ریاضی کی اہمیت زیادہ ہے۔" طبعیات میں سارے قوانین رکھلیات اور اصول، مساوات اور ضربوں کی شکل میں بیان کئے جاتے ہیں جن میں ریاضی کی زبان اور علامتوں کا استعمال ہوتا ہے۔ ذیل میں چند مثالیں درج کی جا رہی ہیں۔

$$v = u + at \quad -1$$

جہاں - =v انتہائی رفتار (Final Velocity)

=u ابتدائی رفتار (Initial Velocity)

=a اسراع (Acceleration)

=t وقت (Time)

$$v^2 = u^2 + 2as \quad -2$$

s سے مراد ہٹاؤ (displacement) ہے۔

$$s = ut + \frac{1}{2} at^2 \quad -3$$

اوپر کی تینوں مساواتیں، نیوٹن کے قوانین حرکت سے متعلق ہیں۔

$$-4 \quad \text{نیوٹن کا دوسرا قانون حرکت}$$

$$F = ma$$

جہاں F سے مراد قوت (Force)، m سے مراد کمیت (mass) اور a سے مراد اسراع (acceleration) ہے۔

$$D = m \div v \quad -5$$

D کثافت (density)، m کمیت (mass) اور v حجم (volume)

$$PV = RT \quad -6$$

(جبکہ P، T مستقل ہے۔)

یہاں p دباؤ (Pressure) اور V حجم (Volume) ہے۔ علم طبیعیات کے درج بالا قوانین و اصول کو سمجھنے کے لئے طالب علم کو مساوات (Equation)، تغیر بالمشقی (Direct Variation) اور تغیر معکوس (Inverse Variation) کا مکمل علم ہونا ضروری ہے۔ ریاضی کا ایک استاد مساوات (Equation) اور تغیر جیسے عنوانات کی تدریس کرتے وقت طبیعیات (Physics) کی مثالیں استعمال کر سکتا ہے۔

اس طرح کی طرز رسائی (Approach) اختیار کرنے سے ریاضی کی تدریس زیادہ بامعنی بن جاتی ہے۔ ریاضی علم کیمیا (Chemistry) کے مطالعے کے لئے ایک ناگزیر آلہ ہے۔ اعلیٰ ریاضی (Higher Mathematics) کے ضروری فہم کے بغیر علم کیمیا کی جدید تحقیقات بالخصوص طبعی کیمیا (Physical Chemistry) اور عمومی کیمیا (General Chemistry) کو سمجھنا تقریباً ناممکن ہو جاتا ہے۔

ریاضی مادے کی خصوصیات کو ایک متعین شکل و صورت عطا کرتی ہے۔ علم کیمیا میں تمام کیمیائی ترکیب (Chemical Combination) ریاضی کے کسی نہ کسی اصول و ضابطے کے تحت ہوتے ہیں۔ کیمیائی مرکبات کے ترکیبی عناصر (Constituent Elements) ایک متعین نسبت (Definite Ratio) میں ترکیب پاتے ہیں۔ کیمیائی تعاملات (Chemical reaction) میں کیمیائی مساواتوں (Chemical Equations) کا توازن (Balance) جو اہرات (Atoms) کی تعداد (Number) کو مساوات کی دونوں جانب متوازن (Balance) کرنے پر، برابر ہو پاتا ہے۔ مختلف کیمیائی تعاملات میں درکار خارج شدہ حرارت (Heat) بھی تجربی سے زیادہ ریاضیاتی وجود رکھتی ہے۔ کسی عنصر (Element) کی جوہری ساخت (Atomic Structure)، جوہری وزن (Atomic Weight) اور جوہری گرفت (Atomic Valency) بھی ریاضی کی بنیاد پر ہوتی ہے۔

خلاصہ کلام یہ ہے کہ ریاضی، طبعی علوم (Physical Sciences) کو زیادہ دلچسپ (Interesting) اور عملی (Practical) بنانے میں تعاون کرتی ہے اور اسی لئے ریاضی اور طبعی علوم میں ہم رنگی (Correlation) کی حد بندی نہیں کی جاسکتی۔

B ریاضی اور حیاتیات (Biological Sciences) میں ہم رنگی:

کوٹھاری ایجوکیشن کمیشن کے مطابق "طبعی علوم کی ترقی میں اپنا کردار نبھانے کے ساتھ ساتھ، آجکل ریاضی، حیاتیات کی ترقی و ترویج میں بھی نمایاں

رول ادا کر رہی ہے۔"

بچپلی صدی کے آغاز تک، عام طور پر ریاضی کا حیاتیات اور علم طب (Medicine) سے کوئی تعلق محسوس نہیں ہوتا تھا۔ لیکن بچپلی چند دہائیوں میں ان میدانوں میں، ریاضیاتی اصولوں پر مبنی کئی ایک عمدہ آلات تیار کئے گئے ہیں۔ مشاہدے کے ذریعے جمع شدہ معطیات (data) سے عمومی نتائج اخذ کرنے کے لئے جو Biometric آلہ استعمال کیا جاتا ہے اس کی تخلیق بھی ریاضیاتی اصولوں پر ہوئی ہے۔

شماریاتی طریقے اور تکنیکیں :

فعلیات (Physiology)، جنیات (Genetics)، توارث (Heredity) اور استحالہ (Metabolism) جیسے علوم کے پیچیدہ مسائل کے تجزیے میں شماریاتی طریقوں اور تکنیکوں کا بڑے پیمانے پر استعمال کیا جاتا ہے۔ عضلاتی فعلیات (Neuro Physiology) کے ماہرین نے سوچنے کے عمل کی نمائندگی کے لئے الجبراء کی ایک نئی شاخ کا آغاز کیا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ ریاضی اور حیاتیات کے باہمی رشتے کو ظاہر کرنے والے ایسے بے شمار واقعات مستقبل میں وقوع پذیر ہوتے رہیں گے۔

C ریاضی اور سماجی علوم (Social Sciences) میں ہم رشتگی :

معاشیات میں، سماجی مظاہر (Social Phenomenon)، معاشی پالیسی پر اثر انداز ہونے والے عمومی قوانین (Generalised Laws governing economic policy) اور معاشی نشوونما کی پیشن گوئی (Prediction of Economic growth) کے لئے ریاضیاتی زبان اور ریاضیاتی طریقوں کا بڑے پیمانے پر استعمال ہوتا ہے۔ بہت سارے معاشی موضوعات سے متعلق نتائج اخذ کرنے اور پیشن گوئی کرنے کے لئے نظریہ امکان (Theory of Probability) کا اطلاق کیا جاتا ہے۔ تاریخ اور جغرافیہ جیسے مضامین بھی، ریاضی سے ہم رشتگی رکھتے ہیں۔ ریاضی دانوں کی تاریخ اور ان کی خدمات سے بھی ریاضی اور تاریخ کی تدریس کے لئے کارآمد پس منظر حاصل ہوتا ہے۔

ریاضی کا علم، مختلف تاریخی واقعات کی تاریخ اور دن کا حساب لگانے اور سابقہ واقعات کی روشنی میں مستقبل کے بارے میں پیشن گوئی کرنے کے لئے، مددگار ثابت ہوتا ہے۔ علم جغرافیہ میں بھی ریاضی کا بہت زیادہ استعمال ہوتا ہے۔ یہاں کے مطابق نقشے تیار کرنے اور کسی مقام کا محل وقوع معلوم کرنے اور مختلف مقامات کا درمیانی فاصلہ معلوم کرنے کے لئے علم ریاضی کا استعمال کیا جاتا ہے۔

اسی طرح سے عرض البلد (Latitude) اور طول البلد (Longitude) معلوم کرنے، موسمی تبدیلی سے متعلق پیشن گوئی کرنے (Forecasting about change in whether) اور نظام حمل و نقل (Transportation System) کی منصوبہ بندی (planning) کرنے کے لئے بھی ہمیں ریاضی کے علم کی ضرورت پڑتی ہے۔ تاریخ اور جغرافیہ سے متعلق مسائل، ریاضی کے طالب علم کے لئے کارآمد مشق کا ذریعہ ثابت ہو سکتے ہیں۔

D ریاضی اور زبان و ادب (Language and Literature) میں ہم رشتگی :

زبان، اظہار کا بہترین وسیلہ ہے اور زبان کے استعمال کے بغیر ریاضی نہیں سیکھی جاسکتی۔ حالانکہ ریاضی کی زبان، اس کی اپنی علامتوں (Symbols/ Signs) پر مبنی زبان ہوتی ہے تاہم یہ علامتیں اسی وقت زیادہ بامعنی، واضح اور عملی ثابت ہوتی ہیں جب وہ بہت ہی واضح طور پر سیدھی سادھی زبان میں بیان کی جائیں۔ ریاضی کے بعض مخصوص تصورات بالخصوص، مجرد تصورات (Abstract Concepts) اسی وقت سیکھے جاسکتے ہیں جب انھیں لفظی بیان (Verbal Statement) کے بطور جنھیں اصطلاح میں تعریف کہتے ہیں بیان کئے جائیں یہ تعریفات مخصوص اور جامع بن جاتی ہیں جب انھیں سادہ اور واضح زبان میں بیان کیا جاتا ہے۔

ریاضی کا علم، کسی طالب علم کو، وضاحت (Clarity) اور قطعیت (exactness) کے ساتھ کسی زبان کے سیکھنے میں مدد کرتا ہے۔ ریاضی کے مطالعہ سے طالب علم کی منطقی سوچ اور قوت استدلال پروان چڑھتی ہیں اور یہ خوبیاں اس کے زبان سیکھنے کے عمل میں بالخصوص قواعد اور خیالات کو منطقی اور استحضار کے ساتھ ترتیب دینے میں مدد کرتی ہیں۔

E ریاضی اور فن (Art) میں ہم رشتگی :

فن میں موجود حسن کے استحسان (Appreciation) میں ریاضی ہماری مدد کرتی ہے۔ ریاضی کا پس منظر رکھنے والا شخص فن کی تخلیق میں

تشاکل (Symmetry)، نمونہ (Pattern)، تناسب (Proportion)، توازن (Balance)، اور ہم آہنگی (Harmony) جیسی خوبیوں کا ادراک با آسانی کر سکتا ہے۔

جارج برناڈ شاہ کے مطابق - "ریاضی کی دلچسپی، حقائق کے معلوم کرنے، فن کا گہرا مطالعہ کرنے اور خوبصورتی کے میں اظہار ہے۔" ریاضی بذات خود فن کا نمونہ، ہم آہنگی اور تشاکل کا مطالعہ ہے۔ اگرچہ کہ علم ریاضی کے ایک بڑے حصے پر اطلاقی ریاضی (Applied Mathematics) کا لیبل لگا دیا جاتا ہے۔ تاہم اس کا ایک بڑا خزانہ ایسا بھی ہے جس کی تخلیق خالصتاً جمالیاتی بنیادوں پر ہوئی ہے۔ ایسا کرتے ہوئے فن کار اپنے فن میں شکل (Form)، تشاکل اور تناسب وغیرہ کے بارے میں معلومات کا استعمال کر کے اپنی تخلیق کو زیادہ سے زیادہ حسین بناتا ہے۔ گویا ریاضی میں حسن (Beauty)، تشاکل، نمونہ اور لئے (Rythm) شامل ہیں اور فن کی کسی دوسری قسم جیسے شاعری، مصوری، موسیقی یا سنگ تراشی وغیرہ سے جو مسرت، لطف اور سکون حاصل ہوتا ہے وہی سب کچھ ریاضی سے بھی حاصل ہوتا ہے۔ ریاضی کی خوبصورتی، فصاحت (Elegance) اور باقاعدگی بعض مرتبہ سردمہری اور غیر انسانی محسوس ہوتی ہیں۔ تاہم بہت چھوٹے بچے بھی ریاضی کے سوالات اور مسائل حل کرتے وقت لطف اندوز ہوتے ہیں۔

ریاضی اور اسکی دیگر شاخوں میں ہم رشتگی: (Correlation between mathematics & its other branches)

ریاضی کی مختلف شاخوں جیسے علم حساب (Arithmetic)، الجبراء، علم ہندسہ (Geometry)، علم مثلث (Trigonometry)، محدودی علم ہندسہ (Coordinate Geometry) وغیرہ کو بالکل علیحدہ علیحدہ اور غیر متعلق خانوں کے طور پر نہیں پڑھایا جانا چاہئے۔

انڈین ایجوکیشن کمیشن (1964-66) نے ریاضی کی ان تمام شاخوں کی تدریس کے لئے انضمامی طرز رسائی (Integrated Approach) استعمال کرنے کی سفارش کی ہے۔ علم الحساب (Arithmetic) کے مشکل مسائل یا عبارتی سوالات کو الجبری مساوات (Algebraic Equations) کے ذریعے با آسانی حل کیا جاسکتا ہے۔ کلیہ فیثا غورث اور متشابہ مثلثوں سے متعلق کلیات (Theorems related with similar Triangles) محدودی علم ہندسہ کی بنیاد کا کام کرتے ہیں۔ محل (Locus) کا تصور مستوی علم ہندسہ اور سہ ابعادی علم ہندسہ (3D Geometry) کے درمیان ہم رشتگی کی ایک کڑی (Link) فراہم کرتا ہے۔ خود علم ہندسہ حساب کی مساحت (Mensuration) کے سوالات کے لئے ایک بنیاد کا کام کرتا ہے۔ مثال کے طور پر قائمہ الزاویہ متساوی الساقین مثلث (Right Angled Isosceles Triangle) کا وتر 2 جزر المربع اکائی ہوتا ہے۔ جبکہ اس کے مساوی ضلعوں میں سے ہر ایک کی لمبائی ایک اکائی ہو۔ مشابہ مثلث نسبت اور تناسب کے تصور کو معنی عطا کرتا ہے۔ اسی طرح علم الحساب (Arithmetic) الجبری اعمال کی بنیاد کے طور پر استعمال ہوتا ہے۔

مثال کے طور پر 32 میں کونسا عدد جمع کریں کے 25 ہو جائے؟ یہ سوال ایک الجبری مساوات $32 + x = 25$ کی تشکیل کر کے آسانی سے حل کیا جاسکتا ہے۔ کسی بھی خطی مساوات (Linear Equation) کو ایک خط مستقیم/عددی خط کے ذریعے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ الجبری رکن (Algebraic Term) کو ہم بطور علم ہندسہ کے بعض تصورات کے بطور دیکھ سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر X^2 اس مربع کا رقبہ ہوتا ہے جس کے ضلع کی لمبائی X ہو۔ اسی طرح X^3 اس مکعب کا حجم ہوتا ہے جس کے ضلع کی لمبائی X ہو۔ الجبراء، علم ہندسہ اور علم الحساب میں ہم رشتگی کا اظہار درج ذیل میں کیا جا رہا ہے۔

الجبراء۔

$(a+b)^2$ کی توسیع

یہ توسیع $(a+b)$ کو $(a+b)$ سے ضرب کر کے اور ایک جیسے ارکان کو ایک جگہ ترتیب دیکر کی جاسکتی ہے۔

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \quad \text{جیسے۔}$$

علم ہندسہ۔

$(a+b)^2$ اس مربع کا رقبہ ہوتا ہے جس کے ضلع کی لمبائی $(a+b)$ اکائی ہو اور جسے مزید دو مربعوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ جن کے ضلعوں کی لمبائی بالترتیب a اور b ہو۔

علم الحساب -

یہی کامل مطابقت 101^2 اور 1003^2 وغیرہ معلوم کرنے کے لئے استعمال کی جاسکتی ہے۔

$$\begin{aligned} (101)^2 &= (100+1)^2 \\ &= 100^2 + 2 \times 100 \times 1 + 1^2 \\ &= 10000 + 200 + 1 \\ &= 10201 \end{aligned}$$

اپنی معلومات کی جانچ:

خالی جگہیں پر کیجیے۔

- 1- لیکن کے مطابق ریاضی تمام علوم کا دروازہ اور _____ ہے۔
- 2- ریاضی طبعی علوم کو زیادہ دلچسپ اور _____ بنانے میں تعاون کرتی ہے۔
- 3- فن میں موجود خوبصورتی کے _____ میں ریاضی مدد کرتی ہے۔
- 4- معاشی نشوونما کی پیش گوئی کے لیے _____ زبان کا استعمال ہوتا ہے۔
- 5- ریاضی اپنے آپ میں ایک مضمون ہونے کے علاوہ دوسرے مضامین کے لیے ایک _____ مضمون بھی ہے۔

1.8 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)

- اسکولی نصاب میں ریاضی مضمون کو ایک خاص اہمیت حاصل ہے۔ اس کی ضرورت و افادیت کے پیش نظر دسویں جماعت تک اسے ایک لازمی مضمون کے بطور پڑھایا جاتا ہے۔
- مختلف ماہرین نے ریاضی کی تعریف اپنے اپنے انداز میں بیان کی ہیں۔ اور ان میں سے ہر ایک ریاضی کی کسی ناکسی اہم خصوصیت کا احاطہ کرتی ہے۔
- ریاضی کی مختلف خصوصیات کے مطالعے سے ہمیں اس مضمون کی ماہریت / نوعیت (Nature) کو سمجھنے میں مدد ملتی ہے۔
- ریاضی کی تاریخ تقریباً اتنی ہی پرانی ہے جتنی کہ خود انسانی تاریخ۔
- وقت کے ساتھ ریاضیاتی علم کے ذخیرہ میں اضافہ ہوتا گیا اور اس کی مختلف شاخیں وجود میں آتی گئیں۔ علم الحساب (Arithmetic)، علم ہندسہ (Geometry)، کیلکولس (Calculus)، تجزیاتی علم ہندسہ (Analytical Geometry)، مستوی محدودی علم ہندسہ (Plane Coordinate Geometry)، سہ ابعادی علم ہندسہ (3-D Geometry) اور علم مثلث (Trigonometry) ریاضی کی چند اہم شاخوں میں شامل ہیں۔
- ریاضیاتی علم کی ترقی کا سہرا مختلف ریاضی دانوں کی کاوشوں کے سر جاتا ہے۔

- اقلیدس (Euclid)، فیثاغورث (Pythagoras)، رینے دیکارت (Rene Descartes) اور جارج کینٹر (George Cantor) کے بشمول دیگر مغربی ریاضی دانوں نے ریاضی کی ترقی میں غیر معمولی خدمات انجام دیں۔
- اسی کے ساتھ یہ بات بھی صحیح ہے کہ زمانہ قدیم ہی سے مشرقی ریاضی دانوں اور بالخصوص ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات (Contribution) بھی کم نہیں رہیں۔ ان میں بطور خاص آریہ بھٹ، برہمہ گپتا، بھاسکر اچاریہ، وراہامہیرا اور رامنجن وغیرہ شامل ہیں۔
- مذہبی کتابوں میں بھی اس بات کے حوالے ملتے ہیں کہ جن اصولوں (Principles)، کلیوں (Theories) اور ضابطوں (Formulas) کو دور جدید میں مغربی ریاضی دانوں کے حوالے سے پڑھایا جاتا رہا ہے ان میں سے اکثر چیزوں کے ابتدائی نقوش ہمیں ہندوستان میں مل جاتے ہیں۔
- ریاضی اور دیگر مضامین میں ہم رشتگی کی اہمیت خود ریاضی کو بطور کلیدی مضمون (Key Subject) سمجھنے میں مدد کرتی ہے۔

1.9 فرہنگ: (Glossary)

منہوم	Meaning
نوعیت / ماہیت	Nature
خدمات / تعاون	Contribution
ہم رشتگی / باہمی تعلق	Correlation
تعمیم	Generalisation
دریافت / کھوج	Discovery

1.10 اکائی کے اختتام کی مشقیں (Unit End Exercises)

طویل سوالات:

- 1- ریاضی کے مفہوم، اسکی نوعیت اور وسعت پر تفصیلی روشنی ڈالئے۔
- 2- دلائل کے ساتھ بحث کیجئے کہ ریاضی کو ایک لازمی مضمون کی حیثیت سے اسکولوں میں کیوں پڑھایا جانا چاہئے؟
- 3- میدان ریاضی میں ہندوستانی ریاضی دانوں کی خدمات کا تفصیلی جائزہ پیش کیجئے۔
- 4- ریاضی کی ترقی میں مغربی ریاضی دانوں کے کردار سے بحث کیجئے۔

مختصر سوالات:

- 5- مضمون ریاضی کی کوئی پانچ خصوصیات بیان کیجئے۔
- 6- ریاضی کا مفہوم دو مختلف تعریفات کا حوالہ دیتے ہوئے سمجھائیے۔
- 7- ریاضی کی وسعت پر مختصراً روشنی ڈالئے۔
- 8- دسویں جماعت تک ریاضی کو لازمی مضمون کی حیثیت سے پڑھانے کی وجوہات بیان کیجئے۔
- 9- ریاضی کے تین مندرجہ ذیل ریاضی دانوں کی خدمات بیان کیجئے۔

1- آریہ بھٹ 2- وراہامہیرا 3- فیثاغورث 4- رینے دیکارت

اکائی-2 تدریس ریاضی کے اغراض و مقاصد (Aims & Objectives of Teaching Mathematics)

ساخت		
2.1	تمہید: (Introduction)	
2.2	مقاصد: (Objectives)	
2.3	تدریس ریاضی کے عمومی مقاصد کا تعین کرنے کی ضرورت (Need for establishing general objectives for teaching Mathematics)	
2.4	تدریس ریاضی کے اغراض، مقاصد اور اقدار (Aim, values and general objectives of teaching Mathematics)	
2.5	ثانوی اسکولوں میں پڑھائی جانے والی ریاضی کی مختلف شاخوں کے مواد مضمون کے لحاظ سے تدریسی نکات اور خصوصی مقاصد (Specific Objectives & Teaching point of various content area in different branches of secondary school mathematics)	
2.6	تدریس ریاضی کے اغراض و مقاصد سے متعلق مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات (Recommendations of Various Educational Committees & Commission as regard to Aims & Objectives of Teaching Mathematics)	
2.7	استعداد کا مفہوم و تصور اور CCE کے حوالے سے تعلیمی معیارات (Maening & Concept of Competencies & Academic Standards of CCE)	
2.8	بلوم کے تدریسی مقاصد کی درجہ بندی، تنقید، انڈر سن کے ذریعے بلوم کی درجہ بندی میں ترمیم (Bloom's Taxonomy of Educational Objectives-Critique, Revised Bloom's Taxonomy by Anderson-2001)	
2.9	بلوم کی درجہ بندی کا تعلیمی معیار سے تعلق (Linking Bloom's Taxonomy with Academic Standards)	
2.10	یاد رکھنے کے نکات (Points to Remember)	
2.11	فرہنگ (Glossary)	
2.12	اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)	
2.13	سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)	
2.1	تمہید: (Introduction)	

ریاضی، اسکولی نصاب کا ایک اہم اور دلچسپ مضمون ہے۔ عام طور پر دسویں جماعت تک اسے ایک لازمی مضمون کے بطور پڑھایا جاتا ہے۔ ذیل

تربیت اساتذہ کے لئے ضروری ہو جاتا ہے کہ تدریس ریاضی کے اغراض و مقاصد اور اس کے اقدار کو ذہن نشین کر لیں۔ انہیں کی روشنی میں ریاضی کے ہر سبق کی تدریس کے لئے خصوصی مقاصد یا ہدایتی مقاصد کا مطالعہ کرنا بھی ضروری ہے۔ اہداف (Goals) ، مقاصد (Objectives) ، طریقہ تدریس (Methods of Teaching) اور اکتساب کی جانچ (Assessment of Learning) کس طرح باہم مربوط ہیں؟ اس سوال پر غور کرتے ہوئے ہم اس اکائی میں ریاضی کی تدریس کے تناظر میں مقاصد (Objectives) ، اکتسابی تجربہ (Learning Experience) اور جانچ کی تکنیک (Evaluation Technique) پر مبنی مثلث کا مطالعہ کریں گے۔ تدریسی مقاصد کی بلوم کی درجہ بندی، اس پر کی گئی تنقید اور پھر اس کی اصلاح شدہ شکل کا مطالعہ کرنے کے بعد، تدریس ریاضی کے تناظر میں مسلسل اور جامع جانچ (Continuous & Comprehensive Evaluation) کے مختلف نظریاتی اور عملی پہلوؤں سے ہم واقفیت حاصل کریں گے۔ اکائی کا اختتام، ہندوستان کی اہم تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی ریاضی تدریس سے متعلق اہم سفارشات پر ہوگا۔

2.2 مقاصد: (Objectives)

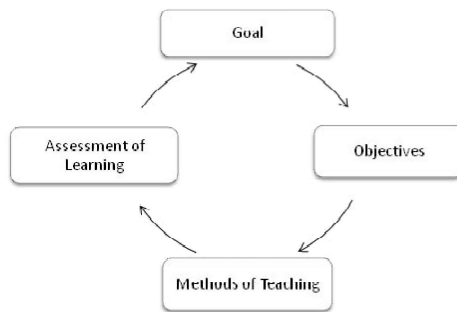
- اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ
- ☆ تدریس ریاضی کے اغراض و مقاصد (Aims & Objectives) اور اقدار (Values) بیان کر سکیں گے۔
 - ☆ ریاضی کی مختلف اکائیوں کے حوالے سے ہدایتی مقاصد لکھ سکیں۔
 - ☆ تعلیمی مقاصد کی بلوم کی درجہ بندی، اس پر تنقید اور تبدیل شدہ درجہ بندی پر روشنی ڈال سکیں۔
 - ☆ مسلسل اور جامع جانچ (Continuous & Comprehensive Evaluation) کے تصور کو، تدریس ریاضی کے تناظر میں عملی طور پر برت سکیں۔

2.3 تدریس ریاضی کے عمومی مقاصد کا تعین کرنے کی ضرورت:

(Need for establishing general objectives for teaching Mathematics)

ہدایتی مقاصد کی اہمیت: (Importance of Instructional Objectives)

متعلم کے اندر متوقع نتائج کے مد نظر جو مقاصد متعین کیے جاتے ہیں ہدایتی مقاصد کہلاتے ہیں۔ ہدایتی مقاصد متوقع نتائج کی وضاحت کرتے ہیں اس میں کسی مخصوص کورس کے مقاصد کو متعین کیا جاتا ہے۔ اس میں بڑے ہی آسان انداز میں اس بات کی وضاحت کی جاتی ہے کہ کورس کس کے متعلق ہے۔ جس کے ذریعے وسیع پیمانے پر کورس کے مقاصد متعین ہوتے ہیں۔



ہدایتی مقاصد کو اس گردش چکر (Cycle) کی بنیاد پر متعین کیا جاتا ہے۔

تدریسی مقاصد کو ظاہر کرنے کی اہمیت: (Importance of stating Instructional Objectives)

جب معلم تدریسی سبق کا منصوبہ تدریسی مقاصد کی بنیاد پر بناتا ہے تب تمام تدریسی عمل معلم سے طلبا کی جانب منتقل ہو جاتا ہے۔ تدریسی مقاصد نہ صرف معلم کو اپنا سبق مرتب کرنے میں مدد اور رہنمائی کرتے ہیں بلکہ ایک ممتحن کو جانچ کے موزوں آلے کو انتخاب کرنے میں بھی مدد دیتے ہیں۔

تدریسی مقاصد ایک معلم کی اس طرح مدد کرتے ہیں۔

☆ درس کے اختتام پر طلبا کے برتاؤ میں جو متوقع تبدیلی آنے والی ہے اس کو واضح طور پر معلم لکھ لیتا ہے۔

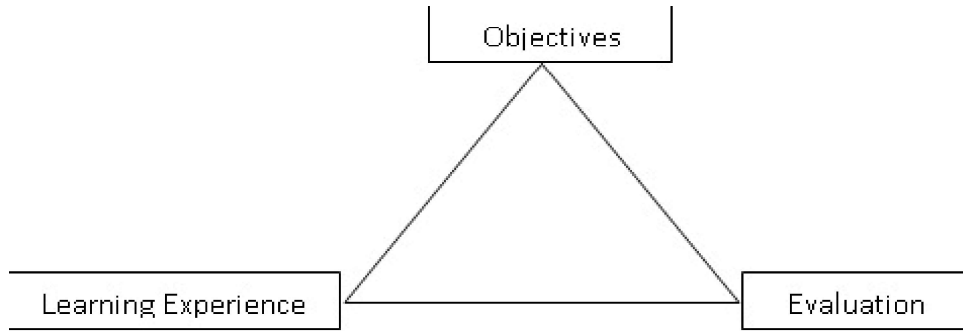
☆ موزوں اکتسابی تجربات کا منصوبہ تیار کر لیتا ہے۔

☆ مقاصد کے حصول کے لیے درست سمت کی جانب آگے بڑھتا ہے۔

☆ تدریسی مواد کا انتخاب کرنے اور منظم کرنے کی بنیاد فراہم کرتا ہے اور مضمون کو پیش کرنے کا طریقہ اور جانچ کی ترکیبیں فراہم کرتا ہے۔

معلم مناسب جانچ کی تکنیکوں کا انتخاب کر کے طلبا کے برتاؤ کی جانچ کرتا ہے کہ آیا طلبا میں معروضات کے لحاظ سے تبدیلی آئی ہے یا نہیں۔ اگر معلم،

جانچ کے بعد مطمئن نہ ہو تو دوبارہ ان تین امور کو دہراتا رہے۔ (۱) اکتسابی تجربات (Learning Experience) (۲) معروضات (۳) جانچ کی تکنیک۔ ان کو وہ مسلسل عمل کی طرح جاری رکھتا ہے۔



اپنی معلومات کی جانچ:

1- معلم کے اندر متوقع نتائج کے مد نظر جو مقاصد متعین کیے جاتے ہیں انہیں کون سے مقاصد کہتے ہیں؟

2- تدریسی مقاصد ممتحن کے لیے کس طرح مددگار ثابت ہوتے ہیں؟

3- ہدایتی مقاصد کن نتائج کی وضاحت کرتے ہیں؟

2.4 تدریس ریاضی کے اغراض، مقاصد اور اقدار:

(Aims, Values and General Objectives of Teaching Mathematics)

2.4.1 اغراض: (Aims)

اغراض طویل مدتی ہوتے ہیں۔ ان کو حاصل کرنے کے لئے بہت زیادہ وقت درکار ہوتا ہے۔ اس کے لئے پہلے مقاصد کو حاصل کرنا ہوتا ہے جو کم

مدت میں حاصل ہوتے ہیں۔

مثال - "طلبہ میں مسابقتی امتحان کی مہارتوں کو فروغ دینا" یہ ایک غرض ہے جو بہت ہی وسیع اور عام جملہ ہے۔ اس غرض کو پورا کرنے کے لئے طالب علم کو کئی سال لگ جائیں گے۔

ریاضی کے تدریسی اغراض: (Aims of Teaching Mathematics)

- ☆ طلباء کو روزمرہ زندگی کے حسابی سوالات کو حل کرنے میں مدد کرنا۔
- ☆ طلباء کو دائمی یا ذہنی تربیت دینا۔
- ☆ طلباء کو اپنے تہذیبی ورثہ سے واقف کروانا۔
- ☆ طلباء کو کفایت شعاری اور تعمیری زندگی کے لئے تیار کرنا۔
- ☆ طلباء میں قوت تخیل اور تصورات کی قوت کو ابھارنا۔

2.4.2 مقاصد: (Objectives)

مقاصد کو ہم اغراض کی نسبت سے دیکھتے ہیں تو یہ بہت ہی مختصر مدت میں حاصل کر سکتے ہیں۔ ان کو حاصل کرنے کے بعد ہی اغراض کی حصول یابی ہوتی ہے۔ مثال - "طلباء میں دو یا دو سے زیادہ ہندسی اعداد کو جمع کرنے کی مہارت کو فروغ دینا" یہ مقصد محاصل (Achievement) ہے جو طلباء میں مختصر مدت میں حاصل کیا جاسکتا ہے۔

ریاضی کے تدریسی مقاصد: (Objectives of Teaching Mathematics)

- ☆ ریاضی کے بنیادی اعمال (+، -، ×، ÷) جیسے بنیادی تصورات اور تعریفات کو صاف اور واضح طور پر بیان کرنے کے قابل بنانا۔
- ☆ ریاضی کے کھیل وغیرہ کو نصاب میں شامل کر کے طلباء کو ریاضی سیکھنے کی طرف راغب کرنا۔
- ☆ ریاضی سے تعلق رکھنے والے دوسرے مضامین کو سیکھنے کے لئے آمادہ کرنا۔ جیسے: طبیعیات، کیمیا، کھیل، دست کاری وغیرہ۔
- ☆ ریاضی کے ضوابط زبان اور اصطلاحات سے واقف کروانا۔
- ☆ اعلیٰ جماعتوں کی ریاضی کو سیکھنے کے لئے طلباء کو تیار کرنا۔

اغراض و مقاصد میں فرق: (Difference between Aims & Objectives)

مقاصد	اغراض
1- اغراض کی جانب ہدایت دیتے ہیں۔	1- تعلیمی نظام کو ہدایت دیتے ہیں۔
2- مختصر مدتی ہوتے ہیں۔	2- طویل مدتی ہوتے ہیں۔
3- مخصوص نصابی دائرے کے اندر ہوتے ہیں۔	3- اغراض نصاب کے باہر بھی ہو سکتے ہیں۔
4- ہر کورس کے لئے الگ الگ ہوتے ہیں۔	4- کئی شعبوں میں مشترک ہوتے ہیں۔
5- اغراض پر مرکوز ہوتے ہیں۔	5- حکومت کی پالیسیوں پر مرکوز ہوتے ہیں۔

2.4.3 تدریس ریاضی کے اقدار: (Values of Teaching Mathematics)

ریاضی کے معلم کو اپنے مضمون کو پڑھانے کی وجوہات کا علم ہونے پر ہی اسکی تدریس مؤثر اور بہتر ہو سکتی ہے۔ تعلیم کے مقصد کے بموجب طلباء کی ہمہ جہتی ترقی کے لئے تدریس و اکتساب کی مؤثر عمل آوری کے لئے ہم ریاضی کی تدریس کے ذریعہ طلباء میں صبر و تحمل، تعاون، دیانت داری جیسے اقدار کو پروان

چڑھا سکتے ہیں۔ ریاضی کے ذریعے طلباء کی قوت استدلال پروان چڑھتی ہے اور وہ یہ سیکھتے ہیں کہ کس طرح تعلیمی عمل اور مقاصد کی تکمیل کا نتیجہ اقدار کو پروان چڑھتا ہے۔

مقاصد کی مختلف وجوہات کی بناء پر جماعت بندی کی گئی ہے۔ اس طرح اقدار کی بھی درجہ بندی کی جاسکتی ہے جو حسب ذیل ہیں۔

1- افادی یا عملی اقدار: (Utilitarian or Practical Values)

روزمرہ زندگی میں مادری زبان سے زیادہ استعمال ہونے والا کوئی مضمون نہیں ہے۔ اسی طرح معاملات کو کامیابی سے چلانے کے لئے مضمون ریاضی بھی زیادہ سے زیادہ استعمال ہوتا ہے۔

☆ روزمرہ زندگی میں ریاضی کا استعمال ہوتا ہے۔

☆ ریاضی کی بنیادی صلاحیتوں کے ذریعہ ذرائع ابلاغ میں شائع ہونے والی اطلاعات کو تشریح کر کے سمجھا جاسکتا ہے۔

☆ اچھے پیشہ کے انتخاب میں ریاضی کا استعمال ہوتا ہے۔

☆ ریاضی اپنی اطلاعی حیثیت سے بھی بہت اہم مضمون ہے۔

☆ ریاضی کی خدمات دوسرے نصابی مضامین جیسے کیمیا اور طبیعیات میں بھی ہیں اور انہیں فراموش نہیں کیا جاسکتا۔

☆ کائنات کا مطالعہ ریاضی کی اصطلاحات میں وزن کرنا، ناپنا، اور رشتے قائم کرنا کی طرف رہبری کرتا ہے۔

☆ سائنس اور ٹکنالوجی کے فروغ میں ریاضی بنیادی مضمون ہے۔

2- تہذیبی اقدار: (Cultural Values)

"علم ریاضی تہذیب کا آئینہ ہے" (Mathematics is the mirror of civilisation-Hogben)

ریاضی ہماری زندگی اور تہذیب کا ایک اہم جز ہے اور مدرسے کے نصاب میں اسے ایک نمایاں مقام حاصل ہے۔ ریاضی کی بدولت ہم اپنی تہذیب و تمدن کو محفوظ کر سکتے ہیں۔ کسی قوم کی تہذیب کتابوں کے مطالعہ کے ذریعہ معلوم کی جاسکتی ہے۔ ریاضی کی کتابیں بھی تہذیبی معلومات کو فراہم کر سکتی ہیں اور ریاضی کے معلم ان تہذیبی معلومات کو ریاضی پڑھنے والی نئی نسل تک پہنچا سکتے ہیں۔

3- نظم و ضبط کے اقدار: (Disciplinary Values)

Schulte کے مطابق۔ ریاضی کو ابتداء میں ذہنی تربیت کے لئے پڑھایا جاتا ہے اور بعد میں ریاضی کے حقائق، تصورات اور معلومات کو فراہم کیا جاتا ہے۔ ریاضی کے اکتساب سے کسی فرد میں حالات کا جائزہ لینا، حالات کا تجزیہ کرنا اور معاملات کو صحیح ڈھنگ سے نمٹنا جیسی خوبیاں پروان چڑھتی ہیں۔ ریاضی کے مطالعہ سے طلباء اپنی زندگی کو ایک منظم طریقے سے گزار سکتے ہیں اور ان کی زندگی میں مثبت عادتیں جیسے ایمانداری، سچائی، کھلی ذہنیت، مقصدیت، خود اعتمادی، صبر و تحمل، برداشت کی صلاحیت، توجہ کی عادت، پاکیزگی، محنت، خودداری، پابندی وغیرہ فروغ پاتی ہیں۔

4- سماجی اقدار: (Social Values)

سماجی ساخت کو برقرار رکھنے اور منظم کرنے میں ریاضی مددگار ہوتی ہے۔ ریاضی کے مختلف طریقے جیسے سائنسی طریقہ، استقرائی طریقہ، استخراجی طریقہ، ایجادی طریقہ وغیرہ مختلف سماجی اقدار و قوانین کو مرتب کرنے میں استعمال کیے جاتے ہیں۔

5- جمالیاتی اقدار: (Recreational Values)

ریاضی کی اپنی ایک خوبصورتی ہے اس کے نتائج میں تناسب اور تشاکل ہیں۔ سادگی، مکمل پابند اور منظم ان تمام خصوصیات کو ریاضی کے خوبصورت کاموں میں محسوس کیا جاسکتا ہے۔ طلباء ریاضی کے کسی بھی نئے ایجادی کاموں سے راحت حاصل کرتے ہیں۔ مثلاً موسیقی، شاعری، فن تعمیر، رقص وغیرہ۔

اپنی معلومات کی جانچ:

خالی جگہیں مناسب الفاظ سے پر کیجیے۔

- 1- اغراض _____ مدتی ہوتے ہیں۔
- 2- _____ اغراض کی جانب ہدایت دیتے ہیں۔
- 3- مقاصد ہر کورس کے لیے _____ ہوتے ہیں۔
- 4- تعلیمی عمل اور اقدار کی کامیابی کا نتیجہ _____ ہیں۔
- 5- ریاضی کے نتائج میں تناسب اور _____ ہیں۔

2.5 ثانوی اسکولوں میں پڑھائی جانے والی ریاضی کی مختلف شاخوں کے موادِ مضمون کے لحاظ سے تدریسی نکات اور خصوصی مقاصد:

(Specific Objectives & Teaching Points of Various Content Areas in Different Branches of Secondary School Mathematics)

ریاضی کی مختلف شاخوں میں حساب (Arithmetic)، تجارتی ریاضی (Commercial Mathematics)، الجبراء، کمپیوٹنگ (Computing)، جیومیٹری (Geometry)، علم مثلث (Trigonometry)، حقیقی اعداد کی مختلف خصوصیات سے متعارف کرانا جس میں اعداد کا سٹ (Sets of Number)، صحیح اعداد (Real Number)، ناطق و غیر ناطق (Rational & Irrational Numbers)۔
قوت (Powers)، جذر (Roots)، لوگارٹھم (Logarithms) سے متعلق اصول سے واقفیت حاصل کرنا۔
تجارتی حساب، فی صد، نفع، نقصان، سود، شماریات، اوسط، اعداد و شمار کا تریسی انظہار وغیرہ شامل ہیں۔
علم حساب سے متعلق خصوصی مقاصد

مقاصد: (Objectives)

- ☆ حقیقی اعداد کے نظام اور ان کے تحت کے نظاموں کے مابین تعلق کو سمجھنا۔
- ☆ حقیقی اعداد کا نظام ایک مرکزی حیثیت رکھتا ہے اس سے واقفیت حاصل کرنا۔
- ☆ تحسب میں استعمال ہونے والی الگورتھم اور مقررہ طریقوں کو سمجھنا۔
- ☆ چار بنیادی اعمال کے متعلق مختلف مقررہ قاعدہ، تکنیکیوں اور رواجوں کی وجہ فراہم کرنا۔
- ☆ مثالوں اور تصاویر کے ذریعے حقیقی عددی نظام کی ساخت کی تفتیش کے لئے طلبہ کی مدد کرنا۔
- ☆ حقیقی اعداد پر چار بنیادی اعمال کے معنی، انکے مابین تعلق کو واضح کرنا۔
- ☆ حقیقی اعداد کے نظام کی مکمل جانکاری حاصل کرنا۔
- ☆ ناطق و غیر ناطق اعداد سے متعلق خصوصیات سے واقف کرنا۔
- ☆ طلباء میں فی صد، شرح، اساس، فیصدی اشاری سے واقفیت اور درمیانی تفریق کی لیاقت پیدا کرنا۔
- ☆ طلباء میں قیمت، خرید، فروخت، سود، نفع، نقصان، اسکا فی صد کی تحسب کی صلاحیت پیدا کرنا۔

- ☆ شماریات کے معنی، روزمرہ زندگی میں اہمیت، اس کا تصوری اظہار سے واقفیت پیدا کرنا۔
- ☆ الجبرا، کثیر رکنی، دور رکنی، ایک رکنی کے بنیادی اعمال، کثیر رکنی کے اجزائے ضربی، سیٹس، سیٹس پر اعمال
- ☆ اجماع، تقاطع، بین اشکال تقابل، کمپیوٹر، تو اتر، فلو چارٹ وغیرہ۔

الجبرا کے خصوصی مقاصد:

- ☆ طلبہ متغیر کے بنیادی تصورات، مستقل الجبرا کی مساوات، عددی اقدار، صفری کثیر رکنی کے بارے میں جانکاری دے سکیں گے۔
- ☆ کثیر رکنی، دور رکنی، ایک رکنی کے درمیان تفریق، ایک اور دو متغیر کے قوت نما، عددی کسر، مستقل رکنی کے درمیان فرق، کثیر رکنی کے بنیادی اعمال کی مہارت پیدا کرنا۔

- ☆ کثیر رکنی کے اجزائے ضربی و درمیان رکنے کو تحلیل کرنی کی قابلیت پیدا کرنا۔
- ☆ دور رکنی کی مختلف قوتوں اور انکے تشریح سے واقفیت اور اس کے عملی کام میں مہارت پیدا کرنا۔
- ☆ وینی اشکال سے واقفیت و شناس پیدا کرنا۔
- ☆ سیٹ کے بنیادی اعمال کی تربیت و مہارت حاصل کرنا۔
- ☆ حسابی سوالات حل کرنے میں کمپیوٹر کا استعمال کس طرح کیا جائے اسکو سمجھنا۔
- ☆ سوالات کے حل کرنے میں مرحلہ وار، تو اتر کو مد نظر رکھنا، اس کا مظاہرہ کر سکیں گے۔
- ☆ الگورتھم ہی مرحلہ وار سوالات کے حل میں مددگار ہوتا ہے سمجھا سکیں گے۔
- ☆ الگورتھم سے فلو چارٹ تیار کر سکیں گے۔
- ☆ مخصوص سوالات کے حل میں الگورتھم کا استعمال کر سکیں گے۔

علم ہندسہ کے خصوصی مقاصد:

- ☆ علم ہندسہ (جیومیٹری) سے متعلق متوازی خطوط، متوازی الاضلاع، مماثلت، مثلث کی بناوٹ، مشابہت، رقبہ، حجم، بناوٹ، مثلث، چار ضلعی وغیرہ، علم مثلث، علم مثلث کے معنی اور اسکی وسعت، مثالی نسبتوں کی تعریف، معیاری قدر، نشیب و فراز کی تفریق وغیرہ عنوانات کے تحت درس و تدریس ہوتی ہے۔

مقاصد:

- ☆ جیومیٹری کے بنیادی تصورات کو سمجھا سکیں۔
- ☆ ایسے طریقوں کو فروغ دے سکیں گے جو عملی بھی ہو اور مسائل کو حل کرنے والے ہوں کہ تصورات کو سمجھا سکیں اور اسکی تدریس موثر طریقہ سے کر سکیں۔
- ☆ متوازی خطوط، متوازی الاضلاع کے مطالعہ میں دلچسپی پیدا کر سکیں۔
- ☆ جیومیٹری کی تشریحات کو واضح کر سکیں۔
- ☆ بنیادی تصورات کو سامنے رکھتے ہوئے دیگر تصورات کے بتدریج ارتقاء کو سمجھا سکیں۔
- ☆ طلبہ رقبہ، حجم کے تصورات سے واقفیت کر سکیں۔
- ☆ طلبہ چند ضابطوں میں مشترکہ چیزوں کی نشاندہی کے قابل بنائیں
- ☆ طلبہ علم مثلث کی اہمیت سمجھا سکیں۔

- ☆ طلبا مظاہرہ کے ذریعے متشابہت (Similarity) کا تصور کس طرح مثلثی نسبتوں کے تصور کا قائم کرتا ہے۔
- ☆ مثلثی نسبتوں کا استعمال سیکھنا، انکے باہمی تعلق کی قدر کو پہچاننے کے لئے درکار مہارت پیدا کر سکیں گے۔
- ☆ طلبہ میں Trigonometry، Identities مثلثی یکسانیت کو ثابت کرنے کی مہارت پیدا کر سکیں۔
- ☆ طلبہ میں بلندی اور فاصلے سے متعلق سوالات کو حل کرنے کی مہارت پیدا کرنا۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- علم حساب سے متعلق کوئی دو خصوصی مقاصد لکھیے۔
- 2- کثیر رکنی (Polynomial) کے اجزائے ضربی معلوم کرنے کی قابلیت پیدا کرنا، یہ ریاضی کی کس شاخ کا خصوصی مقصد ہے۔
- 3- علم ہندسہ (Geometry) سے متعلق کوئی دو خصوصی مقاصد لکھیے۔

2.6 تدریس ریاضی کے اغراض و مقاصد سے متعلق مختلف تعلیمی کمیٹیوں اور کمیشنوں کی سفارشات:

(Recommendations of Various Educational Committees & Commissions as regard to Aims & Objectives of Teaching Mathematics)

سکنڈری ایجوکیشن کمیشن (1950-52):

- ☆ سکنڈری ایجوکیشن کمیشن کے مطابق ریاضی کو اسکول کی ہر سطح پر نصاب میں شامل کیا جائے۔
- ☆ پرائمری، سکنڈری، ہائر سکنڈری تنوں سطح پر ریاضی کو شامل کیا جائے۔
- ☆ ریاضی کو نصاب میں شامل کرنے کا مقصد بچوں میں مسئلہ کا حل اور تنقیدی سوچ کی صلاحیت کی نشوونما کرنا ہے۔
- ☆ ریاضی کے معلم کو اعلیٰ تعلیم یافتہ ہونا چاہئے۔

کوٹھاری ایجوکیشن کمیشن (1964-66):

- ☆ ریاضی کے طریقہ تدریس میں مزید سدھار ہونا چاہئے
- ☆ اس کمیشن نے ریاضی کی تدریس کے متعلق خامیوں کی شناخت کی اور اس نتیجہ پر پہنچا کہ طریقہ تدریس کی بہتری میں تحقیق کی کمی ہے مزید تحقیق سے اس میں بہتری آسکتی ہے۔
- ☆ ریاضی مضمون کی بہتر تدریس کے لیے انتظامیہ کو مزید متحرک ہونا چاہئے۔
- ☆ نظام تعلیم کو اس طرح بنایا جائے جس سے تعلیمی اداروں اور اساتذہ کی خاطر خواہ نشوونما ہو سکے۔
- ☆ تعلیمی انتظامیہ کے ذریعہ جدید طریقہ تدریس کو متعارف کروایا جائے۔
- ☆ اساتذہ کی قابلیت میں اضافہ کرنے کے لیے مختلف پروگراموں جیسے ورک شاپ، سیمینار، Demonstration، Refresher Course وغیرہ In-Service ترتیب مہیا کی جائے اور ان کو Material مہیا کروا دیا جائے۔
- ☆ طریقہ تدریس ریاضی کے مطابق، مناسب تدریسی آلات مہیا کئے جائیں۔
- ☆ ورک شاپ کے ذریعے اساتذہ کو اس قابل بنایا جائے کہ وہ مناسب طور پر تدریسی آلات کا استعمال کریں۔
- ☆ بہتر تدریس کی رسائی کے لئے کمیشن نے کلاس کی ساخت کی وضاحت کی کہ معلم اور طلبہ کی تعداد کی نسبت میں ہونا چاہئے۔

Lower Primary- 1:50

Higher Primary- 1:45

Lower Secondary- 1:40

قومی تعلیمی پالیسی (NPE-1968):

- ☆ مضمون ریاضی کی تشکیل اس طرح ہو جس سے طلباء کو اکتساب میں ایک گاڑی سے تیز رفتار ٹرین کی ترتیب میں دکھائی دے تاکہ بچوں میں وجوہات کو جاننے، تجزیہ کرنے اور منطقی سوچنے صلاحیت کی نشوونما ہو۔
- ☆ ریاضی کی تدریس میں دوسرے مضامین کو شامل کرتے ہوئے تدریسی سرگرمیاں انجام دینا چاہئے۔
- ☆ مضمون ریاضی کے بہتر فہم کے لیے ICT کا استعمال ہونا چاہئے۔
- ☆ ریاضی کی تعلیمی پروگراموں کو اس طرح تیار کیا جائے جس سے بچوں میں مسئلہ کو حل کرنے، فیصلہ سازی، دریافت کرنا جیسی مہارتوں کا فروغ ہو اور ریاضی کی دوسرے مضامین سے ہم رنگی کی وضاحت ہو۔

قومی تعلیمی پالیسی (NPE-1986):

- ☆ ریاضی کی تدریس کا مقصد بچوں میں مختلف مہارتوں جیسے سوچ، وجوہات، تجزیہ اور منطقی سوچ کو فروغ دینا ہے۔
- ☆ ریاضی میں دوسرے مضامین کو شامل کرتے ہوئے تدریس ہونی چاہئے۔
- ☆ ریاضی کی تدریس کو مزید موثر بنانے کے لیے اس میں ICT کے ذریعہ تدریس کی جانی چاہئے۔ جس سے Innovative methods کی راہ ہموار ہوتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- مضمون ریاضی سے متعلق سنڈری ایجوکیشن کمیشن کی کوئی دو سفارشات لکھیے۔
- 2- قومی تعلیمی پالیسی 1968 میں ریاضی سے متعلق کیا بات کہی گئی ہے۔
- 3- قومی تعلیمی پالیسی 1983 نے ریاضی کے کیا مقاصد بتائے ہیں۔

2.7 استعداد کا مفہوم و تصور اور CCE کے حوالے سے تعلیمی معیارات

(Meaning & Concept of Competencies & Academic Standards of CCE)

تدریس ریاضی کی استعداد کے معنی اور تصور: (Meaning and Concept of Competencies)

ریاضی کے اغراض و مقاصد کو جاننے کے بعد ہمیں ان سے متعلق تصریحات کو حاصل کرنا اور طلبہ میں برتاؤ کی تبدیلی لانا اور ان ہی برتاؤ کو ناپنے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ علم ریاضی میں معلومات کو حاصل کرنے سے زیادہ اہمیت معلومات حاصل کرنے کے طریقہ کی ہے۔ کسی تدریسی نقطہ کے ذریعہ حاصل ہونے والا اکتسابی نتیجہ ہی استعداد (Competencies) کہلاتا ہے۔ کسی بھی عنوان سے متعلق درس و تدریس کے مشاغل فراہم کرتے وقت مطلوبہ استعداد کا طلبہ میں فروغ پانا۔ مثال کے طور پر ریاضی میں مسئلہ کے حل، استدلالی ثبوت، اظہار کرنا، رابطہ، نمائندگی و استنباط کرنے کی استعدادیں طلباء میں پیدا ہونی چاہئیں۔ تدریسی مواد کے ذریعہ طلبہ میں مطلوبہ ناپنے کے قابل برتاؤ کی جو تبدیلی ہوگی اس کو اکتسابی استعداد (Learning Competencies) کہتے ہیں۔ تدریسی مقاصد کے دوران بیان کی جانے والے تصریحات کو بھی استعداد (Competencies) کہتے ہیں۔

استعداد پر مبنی اکتساب:

کسی عنوان کے ذریعہ طلباء میں فروغ دی جانے والی صلاحیتوں کو معلم اپنے طور پر قائم کر لے۔ ان کو فروغ دینے کے لئے طلباء کو اکتسابی مشاغل فراہم کئے جائیں۔ طلباء ان مشاغل میں حصہ لینے کے بعد حاصل ہونے والے تجربات یا اکتساب کو استعداد پر مبنی اکتساب کہتے ہیں۔

مسلسل اور جامع جانچ: (Continous and Comprehensive Evaluation)

قانون حق تعلیم بنیادی تعلیم (Elementary Education) کو مفت اور لازمی تعلیم قرار دیتا ہے۔ قانون حق تعلیم 2009 کے مطابق بچوں کی ہمہ جہت ترقی ہونا چاہئے۔ اس لئے مدرسوں یا اسکولوں کو ذمہ داری قبول کرنا ہوگا۔ ہمہ جہتی ترقی سے مراد بچوں کی جسمانی، ذہنی، اخلاقی اور جذباتی ترقی ہونا چاہئے۔ اس کے لئے نصابی موضوعات کی تدریس کے وقت طلبہ کی دلچسپیوں، اقدار، رویوں، کھیل کود وغیرہ کو بھی دھیان میں رکھنا چاہئے جس سے ان کی ترقی ہو۔

مسلسل (Continous) سے کیا مراد ہے؟

مسلسل سے مراد بچوں کی ترقی کو کسی ایک واقعہ یا موقع تک محدود نہ کرتے ہوئے مسلسل طلبہ کا مشاہدہ کرنا ہے۔ یعنی کمرہ جماعت میں ہی نہیں بلکہ کمرہ جماعت کے باہر بھی بچوں کی جسمانی، ذہنی ترقی کا ہر وقت ترتیب سے بچوں کی اطلاع کے بغیر مسلسل مشاہدہ کرنا۔ طلبہ کو اکتسابی خامیوں کو نشاندہی کرتے ہوئے اور ان کے مطابق اصلاحی اقدامات کو اختیار کرتے ہوئے معلم اور طلباء تدریس و اکتساب پر خود اپنا احتسابیہ (Assessment) کرتے ہیں۔

جامع (Comprehensive) سے کیا مراد ہے؟

بچوں کی ہمہ جہتی ترقی کا مطلب صرف بچوں کی جسمانی، ذہنی، سماجی، جذباتی، شعوری اور علمی میدانوں میں ترقی ہی نہیں بلکہ بچوں کی غیر نصابی نکات علیحدہ علیحدہ دیکھنے کے بجائے ان کو مساوی اہمیت دینا ہے۔ یعنی زبان، ریاضی، سائنس، سماجی علوم جیسے مضامین کے ساتھ فنون، کام، اقدار، صحت، معاون حیات مہارتوں (Life Skills) کو بھی اہمیت دی جانی چاہئے۔

جانچ (Evaluation) سے کیا مراد ہے؟

جانچ کا لفظ آتے ہی بچوں کا امتحان لینے کا تصور ہمارے ذہن میں ابھرتا ہے۔ اساتذہ، اولیائے طلبہ، سماج سبھی جانچ کو صرف امتحانی نقطہ نظر سے دیکھنے کے عادی ہو چکے ہیں۔

موجودہ طریقہ جانچ معلم مرکوز طریقہ پر مبنی ہے۔ بچوں کی تعلیمی ترقی کی رپورٹ میں دی جانے والی معلومات صرف مضامین کی جانچ تک ہی محدود ہے۔ کئی موقعوں پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ مسلسل جامع جانچ کی جارہی ہے۔ باوجود اس کے صرف اسباق کو ہی اہمیت دی جا رہی ہے۔ ہم نصابی سرگرمیاں جیسے۔ جسمانی تعلیم، کام کا تجربہ، اخلاقی تعلیم، معاون حیات مہارتوں وغیرہ کو مناسب اہمیت نہیں دی جا رہی ہے۔ مزید یہ گمان کیا جاتا ہے کہ مسلسل اور جامع جانچ کا مطلب صرف زیادہ امتحان کا انعقاد ہے۔ طریقہ تعین کرنے والے ماہرین اساتذہ کے لئے یہ ضروری ہے کہ وہ مسلسل اور جامع جانچ کے حقیقی معنوں کو سمجھیں۔

آج کے اس جدید دور میں تعلیمی نظام میں کافی تبدیلیاں پیدا ہوئی ہیں۔ اس کے نتیجے میں ہر مضمون کے لئے الگ الگ تعلیمی معیارات (Academic Standards) کو ماہرین تعلیم اور تجربہ کار اساتذہ نے واضح کیا ہے۔

ریاضی میں CCE کے لحاظ سے تعلیمی معیارات: (Academic Standards)

ریاضی میں ماہرین نے CCE کے لحاظ سے حسب ذیل تعلیمی معیارات کو پیش کئے ہیں۔ ریاضی کے تعلیمی معیارات پانچ (5) ہیں۔

1- مسئلہ کا حل (Problem Solving)

2- استدلالی ثبوت (reasoning Proof)

- 3- اظہار کرنا (Communication)
- 4- ربط کرنا (Connection)
- 5- نمائندگی و استنبصار (Representation, Visualisation)
- 1- مسئلہ کا حل (Problem Solving)

ریاضی کے تصورات اور مختلف طریقوں کا استعمال کرتے ہوئے مسائل کو حل کرنا۔
مسئلہ کے اقسام: مسائل کے مختلف اقسام ہوتے ہیں۔ جیسے

- معمہ
- عبارتی
- ایک لفظی سوالات
- تصویری سوالات
- عملی سوالات
- معطیات پر مبنی جدول
- تریسمات

مسئلہ کے حل کے مراحل:

- 1- مسئلہ کا مطالعہ کرنا
- 2- دیئے گئے مواد یا معلومات کے تمام اجزاء کی شناخت کرنا
- 3- مسئلہ معلومات ر مواد کے حصوں کو علیحدہ کر لینا۔
- 4- مسئلہ میں پائے جانے والے ریاضی کے تصورات کا فہم
- 5- مناسب طریقہ کار یا ضابطوں کا اعادہ کرنا
- 6- منتخب کردہ طریقے کے مطابق مسئلہ کو حل کرنا۔

مسئلہ کی پیچیدگیاں:

کسی مسئلہ کی پیچیدگی کا انحصار حسب ذیل نکات پر ہوتا ہے۔

- ☆ تعلق پیدا کرنا
- ☆ مسئلہ میں موجود مراحل کی تعداد
- ☆ مسئلہ میں موجود اعمال کی تعداد
- ☆ مسئلہ کے حل کے لئے دی گئی معلومات کی وضاحت
- ☆ مسئلہ میں موجود طریقہ عمل کی نوعیت

- 2- استدلالی ثبوت (Reasoning Proof)
- ☆ مختلف اقدامات کے درمیان استدلال
 - ☆ ریاضی کی عمومیت اور مفروضات کی تفہیم اور تشکیل
 - ☆ طریقہ عمل کا فہم کرنا اور تصدیق کرنا
 - ☆ منطقی بحث کا جائزہ
 - ☆ مسئلہ کے ثبوت کی ترتیب کو سمجھنا
 - ☆ استقرائی و استخراجی طریقوں میں منطقی سوچ کا استعمال
 - ☆ ریاضیاتی مفروضات کی جانچ
- 3- اظہار کرنا (Communication)
- ☆ ریاضیاتی تصورات کو پڑھنا اور لکھنا۔ (عبارتی و علامتی)
 - ☆ ریاضیاتی عبارتوں کو بنانا
 - ☆ ریاضیاتی تصورات کو اپنے الفاظ میں واضح کرنا۔ جیسے مربع ایک ہندسی شکل ہے جس کے چار ضلع مساوی ہوتے ہیں اور چار زاویے بھی مساوی ہوتے ہیں۔
 - ☆ ریاضیاتی طرز عمل کی وضاحت کرنا
 - ☆ ریاضیاتی منطق کی وضاحت کرنا
- 4- ربط کرنا (Connection)
- ☆ ریاضی کے متعلق عنوانات اور تصورات کے مابین رابطہ پیدا کرنا۔ جیسے جمع اور ضرب میں تعلق، کل میں حصہ کا تعلق نسبت، تقسیم میں، ترتیب اور تشاکل میں تعلق وغیرہ
 - ☆ روزمرہ زندگی میں ریاضی سے تعلق پیدا کرنا
 - ☆ دوسرے مضامین سے ریاضی کا تعلق پیدا کرنا
 - ☆ ریاضی کے مختلف عنوانات کے تصورات میں تعلق پیدا کرنا
 - ☆ تصورات کو مختلف طریقوں سے جوڑنا۔
- 5- نمائندگی و استنبصار (Representation, Visualisation)
- ☆ جدول میں دیئے گئے معطیات، عددی خط، تصویری ترسیم، بارگراف، دو ابعادی اشکال، سہ ابعادی اشکال اور تصاویر کا مطالعہ کرنا اور تشریح کرنا۔ جدول بنانا، عددی خط پر اظہار کرنا، تصویری گراف، بارگراف اور تصاویر بنانا۔
 - ☆ ریاضی کے سبق کے تعلیمی معیارات:
 - ☆ جماعت: ہفتم
 - ☆ سبق کا نام: مثلث اور ان کی خصوصیات

مسئلہ کا حل: 1- دیئے گئے ضلع کے طول اور زاویے کی مدد سے مثلث بنایا جاسکتا ہے۔

2- مثلث کے اندرونی زاویوں کی مدد سے بیرونی زاویے معلوم کرنا۔

استدلالی ثبوت: 1- مثلث کے بیرونی زاویوں کا اس کے اندرونی مقابل کے زاویوں سے رشتہ محسوب کرنا۔

2- مثلث کے ضلع کے طول اور زاویوں کی بنا پر ان کے اقسام کی درجہ بندی۔

3- دیئے گئے مثلث کا مشاہدہ کرتے ہوئے مختلف مثلثات کا اندازہ لگانا۔

اظہار: 1- مثلثات کے اضلاع کی لمبائی اور زاویوں کی مدد سے مختلف اقسام کے مثلثات کا اظہار۔

2- مثلث کے بیرونی زاویوں کی خصوصیات کا بیان۔

رابطہ تعلق: مثلث کے تصورات کا استعمال

نمائندگی: ضلع اور زاویوں کی مدد سے مختلف اقسام کے مثلثات کی بناوٹ اور ان کی تقسیم

اپنی معلومات کی جانچ:

1- استعداد کے کیا معنی ہیں؟

2- استعداد پر مبنی اکتساب سے کیا مراد ہے؟

3- کونسا قانون ابتدائی تعلیم کو مفت اور لازمی قرار دیتا ہے؟

4- CCE سے کیا مراد ہے؟

5- ریاضی کے تعلیمی معیارات کون کون سے ہیں؟

2.8 بلوم کے تدریسی مقاصد کی درجہ بندی، تنقید، انڈرسن کے ذریعے بلوم کی درجہ بندی میں ترمیم

(Bloom's Taxonomy of Educational Objectives-Critique, Revised Bloom's Taxonomy by Anderson-2001)

بلوم کے تعلیمی مقاصد کی درجہ بندی: (Bloom's Taxonomy of Educational Objectives)

ایک عرصے تک تدریسی مقاصد کا تعلق صرف مواد اور موضوع تک محدود تھا۔ ان کا اطلاق مختلف مراحل کے مقاصد پر نہیں تھا۔ 1948 میں تدریسی

مقاصد اور ان کی درجہ بندی پر مذاکرات شروع کیے گئے۔

1956 میں ڈاکٹر، بنجامن۔ ایس۔ بلوم اور اس کے ساتھیوں نے تدریسی مقاصد پر ایک جامع کتاب کو مرتب کیا تھا یہ کتاب تدریسی مقاصد کی درجہ

بندی پر ایک مرکب اسکیم ہے اس درجہ بندی میں کسی شخص کے انفرادی ہر تاؤ کے لحاظ سے بلوم نے ان تدریسی مقاصد کو تین بڑے علاقوں میں تقسیم کیا ہے۔

(1) ذوقی علاقہ (Cognitive Domain)

(2) جذباتی/تاثراتی علاقہ (Affective Domain)

(3) نفسیاتی حرکی علاقہ (Psychomotor Domain)

ہر علاقے میں جو تدریسی مقاصد شامل کیے گئے ہیں ان کے زمرہ اور ذیلی زمرہ ہیں ان تین علاقوں کے معروضات ہر علاقہ میں جو معروضات شامل

کیے گئے ہیں ان کی تصریحات کی بلوم اور اس کے ساتھیوں نے شناخت کی ہے۔ Elizabeth Simpson اور R.H. Dave نے حرکیاتی علاقہ کے مقاصد اور اس کی تصریحات کو مرتب کیا ہے۔

1- وقوفی علاقہ: (Cognitive Domain)

وقوفی علاقہ میں وہ مقاصد شامل ہیں جو ذہن سے متعلق ہیں۔ معلومات کو دہرانے اور شناخت کرنے سے متعلق ہیں اور ذہانتی اور مہارتوں کی قابلیت کو فروغ دیتی ہے۔ اس علاقے کے چھ (6) تدریسی مقاصد ہیں۔

(1) معلومات (Knowledge) (2) تفہیم (Understanding) (3) اطلاق (Application)

(4) تحلیل/تجزیہ (5) ترکیب (Synthesis) (6) تعین قدر (Evaluation)

وقوفی علاقہ کے مقاصد کی تصریحات:

(1) معلومات - شناخت کرنا

- دہرانا

- اعادہ کرنا

- ذہانت اور مہارتوں کو فروغ دینا

- مثالیں دینا

- وجوہات بیان کرنا

- ترجمہ کرنا، درجہ بندی کرنا

- فرق معلوم کرنا، تخمینہ لگانا

- مشاہداتی حقائق کے ذریعے نتائج اخذ کرنا۔

- عمل اور رد عمل کے باہمی تعلق سے واقفیت ہونا۔

- طالب علم کسی مواد کو چھوٹی چھوٹی اکائیوں میں تقسیم کر کے ان کے تحلیل اور تجزیہ کرتا ہے۔

- طالب علم تحلیل کرنے کے طریقوں یا اصولوں سے واقف ہوتا ہے۔

- طالب علم چھوٹی چھوٹی اکائیوں میں تفہیم شدہ معلومات مواد کو منظم کر کے ان کی وضاحت کرتا ہے۔

- اس میں طلباء کی مہارتوں کی جانچ کی جاتی ہے۔

2- تاثراتی علاقہ: (Affective Domain)

تاثراتی علاقہ کسی فرد کی دلچسپی (Interest)، رجحان (Aptitude)، مشورے، استحسان (Appreciation)، اقدار اور جذبات کو مخاطب

کرتا ہے۔ تاثراتی علاقے میں تمام مقاصد شامل ہیں جو رجحان، اقدار، استحسان، ہم آہنگی کے فروغ سے تعلق رکھتے ہیں۔ 1964 میں بلوم

(Bloom) اور اسکے ساتھی Maria اور Krathwohl نے تاثراتی علاقہ کی ساخت کو سمجھایا تھا۔ اس کے تعلیمی مقاصد حسب ذیل ہیں۔

- قدر کرنا (Valuing)

- جواب دینا (Responding)

- وصول کرنا (Receiving)

- خصوصیات ظاہر کرنا (Characterisation)

- تنظیم (Organisation)

تاثراتی علاقہ کے مقاصد کی تصریحات:

- (1)۔ وصول کرنا - استقبال کے لئے آمادہ کرنا
- ضبط کرنا یا منتخب توجہ
- (2)۔ جواب دینا - جواب دینے میں پیش قدمی کرنا
- جواب سے مطمئن ہونا
- (3)۔ قدر کرنا - قدر کو قبول کرنا
- قدر کو ترجیح دینا
- قدر کا اعتراف کرنا
- (4)۔ تنظیم - قدر کے تصور کو زہن نشین کرنا
- قدر کے نظام کو منظم کرنا
- (5)۔ خصوصیات ظاہر کرنا - قدر کے سیٹ کو عمومی شکل دینا
- قدر کی خصوصیات بیان کرنا

(3) نفسیاتی حرکی علاقہ: (Psychomotor Domain)

حرکیاتی علاقہ میں حرکیاتی مہارتوں کے فروغ پر زیادہ توجہ دی گئی ہے۔ حرکیاتی علاقہ میں وہ تمام مقاصد کو شامل کیا گیا ہے جو شخصی اور حرکیاتی مہارتوں کے فروغ سے تعلق رکھتے ہیں۔ اس کے تعلیمی مقاصد حسب ذیل ہیں۔

نقل کرنا - خوش اسلوبی - صحت - وضاحت کرنا - قدرتی

حرکیاتی علاقہ کے مقاصد کی تصریحات:

- (1)۔ نقل کرنا (Imitation) - متحرک ہونا
- دہرانا
- (2)۔ خوش اسلوبی (Manipulation) - ہدایت پر عمل پیرا ہونا
- انتخاب کرنا
- قائم کرنا
- (3)۔ صحت (Precision) - دیئے ہوئے کام کو دوبارہ صحت اور درست انداز میں پیش کرنا
- (4)۔ وضاحت کرنا (Articulation) - تعاون کرنا یا میل پیدا کرنا
- سلسلے
- مطابقت
- (5)۔ قدرتی (Naturalisation) - خود بخود، خودی سے
- ماخوذ راخذ کرنا

انڈرسن کے مطابق ترمیم شدہ بلوم کی ٹیکز انومی (2001) (Revised Bloom's Taxonomy by Anderson - 2001) انڈرسن، لارن ڈبلو، Ksathowl، David R. ان سب نے مل کر بلوم کے تعلیمی مقاصد کی درجہ بندی میں ترمیم (Revised) کیا ہے۔ انڈرسن (Anderson) دو فنی علاقہ کے مقاصد کو ترمیم کر کے حسب ذیل نئے Term بتاتا ہے۔

(Remembering)	یاد کرنا
(Understanding)	قسم
(Analysis)	تجزیہ/تحلیل
(Creating)	تخلیق
(Evaluation)	تعیین قدر

انڈرسن کے مطابق بلوم کے ٹیکز انومی میں Noun Forms نے ان کو تبدیل کر کے یا Revised کر کے ان کو Verb Forms میں بتلایا گیا ہے۔ ترمیم شدہ ٹیکز انومی کے Remembering، Understanding اور Applying کو Lower thinking Order کہا جاتا ہے اور Analysis، Creating اور Evaluation کو Higher Thinking Order کہا جاتا ہے۔

ترمیم شدہ بلوم کا نمونہ: (Bloom's Revised Taxonomy Model)

1- The Knowledge Dimension

یہ چار قسم کے ہوتے ہیں۔

- حقائق معلومات (Factual Knowledge)

- تصوراتی معلومات (Conceptual Knowledge)

- طریقہ کار معلومات (Procedural Knowledge)

- مابعدوقوف معلومات (Metacognition Knowledge)

حقائق معلومات (Factual Knowledge):

طالب علم کے لئے ضروری ہے کہ وہ بنیادی پہلو بنیادی الفاظ سے واقف ہو۔ نظم و ضبط کے ساتھ اسکو حقائق معلومات کہتے ہیں۔

تصوراتی معلومات (Conceptual Knowledge):

بنیادی پہلو بنیادی الفاظ کو کسی بڑے ساخت کے درمیان رشتہ کو موڑنا۔

طریقہ کار معلومات (Procedural Knowledge):

کسی چیز یا اشیاء سے متعلق نتیجہ اخذ کرنے کے لئے ایک طریقہ یا ایک Criteria مہارتوں کو استعمال کرنا۔

مابعدوقوف معلومات (Metacognition Knowledge):

Metacognition کسی شخص کی اپنی سوچ کے عمل کے بارے میں شعور اور تفہیم، ذاتی صلاحیت کی آگاہی، شخصی شعور کی جانکاری، وہ علم اور

تجربات کو ہم اپنی شخصیت کے عمل کے بارے میں رکھتے ہوں۔

بلوم کی درجہ بندی اور ترمیم شدہ بلوم کی درجہ بندی کے درمیان فرق:

(Difference between Bloom's & Revised Bloom's Taxonomy)

بلوم کی درجہ بندی کو روایتی درجہ بندی مانا جاتا ہے جبکہ انڈرسن کے ذریعے بلوم کی ترمیم شدہ درجہ بندی کو جدید شکل میں قبول کیا گیا۔ دونوں کے

درمیان فرق حسب ذیل ہے۔

Revised Bloom's Taxonomy

Bloom's Taxonomy

1- اس کی Noun Form میں درجہ بندی کی گئی ہے۔ 1- اس کی Verb Form میں درجہ بندی کی گئی ہے۔

2- یہ 1956 کی روایتی درجہ بندی ہے۔ 2- یہ 2001 کی جدید درجہ بندی ہے۔

وقوفی علاقہ (Cognitive Domain)، کے Original Terms کے Revised Bloom's میں

New Terms اس طرح سے ہیں۔

Remembering	Knowledge
Understanding	Comprehensive
Applying	Application
Analysing	Analysis
Creating	Synthesis
Evaluating	Evaluation

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- بلوم نے تدریسی مقاصد کو کتنے علاقوں میں تقسیم کیا ہے؟
- 2- وقوفی علاقے میں کون سے مقاصد شامل ہیں؟
- 3- بلوم کے بعد مقاصد کی درجہ بندی کس نے کی؟

2.9 بلوم کے تعلیمی درجہ بندی کا تعلیمی معیارات کے ساتھ رابطہ:

(Linking Bloom's Taxonomy with Academic Standards)

Bloom's Taxonomy	Academic Standards				
	مسئلہ کا حل (Problem Solving)	استدلالاتی ثبوت (Reasoning)	اظہار کرنا (Communication)	رابطہ (Connection)	نمائندگی (Representative)
معلومات (Knowledge)					
تفہیم (Comprehension)					

اطلاق (Application)					
تحلیل (Analysis)					
ترکیب (Synthesis)					
جانچ (Evaluation)					

2.10 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)

- ☆ اغراض طویل مدتی ہوتے ہیں۔ ان کو حاصل کرنے کے لئے بہت زیادہ وقت درکار ہوتا ہے۔
- ☆ مقاصد بہت ہی مختصر مدت میں حاصل کر سکتے ہیں۔
- ☆ ریاضی کے معلم کو اپنے مضمون کو پڑھانے کی وجوہات کا علم ہونے پر ہی اسکی تدریس مؤثر اور بہتر ہو سکتی ہے۔
- ☆ علم ریاضی تہذیب کا آئینہ ہے (Mathematics is the mirror of civilisation-Hogben)
- ☆ معلم کے اندر متوقع نتائج کے مد نظر جو مقاصد متعین کیے جاتے ہیں ہدایتی مقاصد کہلاتے ہیں۔
- ☆ ڈاکٹر بنجامن۔ ایس۔ بلوم اور اس کے ساتھیوں نے تدریسی مقاصد پر ایک جامع کتاب کو مرتب کیا تھا۔
- ☆ کسی تدریسی نکتے کے ذریعہ حاصل ہونے والا اکتسابی نتیجہ ہی استعداد (Competencies) کہلاتا ہے۔
- ☆ سنڈری ایجوکیشن کمیشن کے مطابق ریاضی کو اسکول کی سطح پر نصاب میں شامل کیا جائے۔
- ☆ بہتر تدریس کی رسائی کے لئے کوٹھاری ایجوکیشن کمیشن نے کلاس کی ساخت کی وضاحت کی کہ معلم اور طلبہ کی تعداد کی نسبت ذیل کے مطابق ہونا چاہئے۔

Lower Primary- 1:50

Higher Primary- 1:45

Lower Secondary- 1:40

2.11 فرہنگ (Glossary)

Aims	اغراض
Utilitarian	افادی
Recreational	جمالیاتی
Cognitive	دقونی

Affective

جذباتی رتاثراتی

Psychomotor

حرکیاتی/نفسیاتی حرکی

Competency

استعداد

2.12 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)

طویل سوالات:

- 1- CCE کے معنی اور تصور کو بیان کیجئے۔
- 2- ریاضی تدریس کے اغراض و مقاصد کے تحت مختلف تعلیمی کمیٹی اور کمیشن کی سفارشات بیان کیجئے۔
- 3- ریاضی تدریس کے عام مقاصد بیان کیجئے۔
- 4- بلوم کے تدریسی کے مقاصد بیان کیجئے۔

مختصر سوالات:

- 5- اغراض و مقاصد کے درمیان کیا فرق ہے؟
- 6- قوی اور جذباتی علاقہ بیان کیجئے۔
- 7- نفسیاتی حرکی علاقہ کیا ہے؟
- 8- بلوم کی درجہ بندی اور ترمیم شدہ بلوم کی درجہ بندی کے فرق کو بیان کیجئے۔

معروضی سوالات:

- 9- "Mathematics is the Mirror of Civilisation" کس کا قول ہے؟
- 10- بلوم نے تدریسی مقاصد کو کتنے حصوں میں تقسیم کیا ہے اور کون کون سے؟
- 11- کوٹھاری ایجوکیشن کمیشن کے مطابق معلم اور طلبہ کی تعداد کی نسبت کتنی ہونی چاہئے؟

2.13 سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)

- Aggarwal, S.M. : Teaching of Modern Mathematics
- Ayangar, N.K : The Teaching of mathematics in New Education
- MANGAL, S.K. : Teaching of Mathematics
- Siddhu, K.S. : The Teaching of Mathematics
- Madaholi, A.G. (1952). khel Ke Zaria Taalim Delhi:-Maktaba Jamia Limited Kumar, V. (Edit.) (2012) Pedagogy of Mathematics new Delhi:-NCERT.

اکائی-3 : ریاضی کے تصورات کی تدریس و اکتساب کی طرزِ رسائی، طریقے اور حکمتِ عملیاں (Approaches, Methods & Strategies in Teaching & Learning of Mathematical Concepts)

	ساخت (Structure)	
	تمہید (Introduction)	3.1
	مقاصد (Objectives)	3.2
	ریاضی کے درس و تدریس میں ریاضی کے تصور کو واضح کرنے کا طریقہ اس کے پیش کرنے کا فن اور عمل در آمد کا علم	3.3
(Nature of concept, types of concepts, concept formation & concept assimilation, distinguishing & stating necessary & sufficient in the process of teaching concept, comparing & contrasting, Giving counter example & non example in teaching concepts, Planning & implementation strategies in teaching concept)		
	تصور کی فطرت	3.3.1
	تصور کے اقسام	3.3.2
	ریاضی کے تصور کی تشکیل	3.3.3
	تصور کی تدریس میں اقدام	3.3.4
	زیر تربیت اساتذہ میں جماعت ششم تا دہم کے ریاضی کے مختلف تصورات کا فہم پیدا کرنا	3.4
(Creating awareness among student teachers on various concepts of Mathematics from classes VI to X)		
	درسِ ریاضی کے طریقہ ہائے تدریس (Methods of Teaching Mathematics)	3.5
	(استقرائی اور استخراجی طریقہ، تجلیلی اور ترکیبی طریقہ، تجربہ گاہی، انکشافی، منصوبائی طریقہ، عمل پر مبنی درس)	
(Inductive & Deductive, Analytic & Synthetic, Laboratory, Heuristic, Project Method and Activity Based Teaching)		
	مسئلہ حل کرنا (Problem Solving)	3.6
	جیروم برونز کا CAM اور ریاضی کی تدریس میں اس کا اطلاق	3.7
(Concept Attainment Model of Jerome Bruner and its application in Teaching Mathematics)		

3.8 یاد رکھنے کے نکات (Points to Remember)

3.9 فرہنگ (Glossary)

3.10 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)

3.11 سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)

3.1 تمہید: (Introduction)

ہر مضمون کے اپنے تصورات (Concepts)، اصول (Principles) اور دیگر مواد ہوتا ہے اور استاد سے اس بات کی توقع کی جاتی ہے کہ وہ مواد مضمون پر اچھی طرح سے عبور حاصل کرے۔

تدریسی نکات کا جتنا واضح خاکہ استاد کے ذہن میں موجود ہوتا ہے اسے اس کی تدریس میں اتنی ہی آسانیاں پیدا ہوتی۔ یہی چیز طلبہ کے اکتساب میں بھی آسانیاں پیدا کرے گی۔ اسی کے ساتھ ایک اچھے استاد کے لئے یہ بات بھی ضروری ہے کہ وہ اپنے مضمون کے مواد کو آسان، دلچسپ اور مؤثر انداز میں طلبہ کو ذہین نشین کرانے کے فن سے واقف ہو اور اس کے پاس اس کے لئے درکار استعداد (Capacities) اور مہارتیں (Skills) موجود ہوں وہ یہ جانتا ہو کہ کس عنوان کے لئے کونسی طرز رسائی (Approach) مناسب ہوگی اور کس طریقہ تدریس سے طلبہ متعلقہ عنوان کو بہتر طریقے سے سیکھ پائیں گے۔

اس اکائی میں استاد کے اسی فن یعنی فن تعلیم ریاضی (Pedagogy of Teaching Mathematics) پر روشنی ڈالی گئی ہے۔ ریاضی میں مختلف تصورات کیا ہیں؟ اور ان کی تدریس کے لئے مختلف ماہرین نے کون کون سے طریقہ ہائے تدریس پیش کئے ہیں ان سب کا مطالعہ ہم یہاں کریں گے۔ یہ بات بہر حال واضح رہنی چاہئے کہ تدریس ایک فن ہے اور ہر استاد کو اپنے مواد مضمون، طلبہ کی عمر، سابقہ معلومات اور ان کی دلچسپی نیز خود استاد کی اپنی صلاحیت کی بنا پر اسے اپنے طریقہ تدریس کی خود تلاش کرنی ہوگی۔

3.2 مقاصد: (Objectives)

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ۔

- 1- ریاضی میں تصور (Concept) کے مفہوم، اس کی نوعیت اور اقسام پر روشنی ڈال سکیں۔
- 2- ریاضی کی مختلف شاخوں میں تصورات کی تشکیل (Formation of Concepts) اور ان کی تدریس کے لئے استاد کے اقدامات (Moves) بیان کر سکیں۔
- 3- تدریس ریاضی کے لئے ماہرین کے تجویز کردہ مختلف طریقہ ہائے تدریس (Methods of Teaching) اور ان کی خوبیوں اور خامیوں پر بحث کر سکیں۔ اور اپنی تدریس میں انہیں کس طرح رو بہ عمل لاسکتے ہیں مدلل انداز میں بیان کر سکیں۔

3.3 ریاضی کے درس و تدریس میں ریاضی کے تصور کو واضح کرنے کا طریقہ اس کے پیش کرنے کا فن اور عمل در آمد کا علم

تصور کی فطرت، تصور کے اقسام، تصور کی تشکیل یا بناوٹ اور اس کا استعمال یعنی سکھائے جانے والے علم کو استعمال میں لانے کے لائق بنانا، تصور کی تدریس کے دوران اس کی اہمیت کو واضح کرنا اور موزوں حالات میں (SUFICIENT CONDITION) میں اس سے امتیاز برتنا، موازنہ کرنا اور اختلاف ظاہر کرنا، تصور کی تدریس کے دوران مقابل مثال (COUNTER EXAMPLE) اور غیر مقابل (NON COUNTER EXAMPLE) کا استعمال کرنا۔ تصور کی تدریس کے لئے منصوبہ تیار کرنا اور دیگر حکمت عملی کے ذریعہ مقصد کی تکمیل تک پہنچنا۔

3.3.1 تصور کی فطرت: (NATURE OF CONCEPT)

"Layman" کے مطابق تصور درس و تدریس کا وہ عملی جامہ ہے جو وہم خیال (Idea)، عقیدہ (Notion) اور خیال کے ہم معنی یعنی مترادف ہے۔

لغت کے مطابق لفظ "CONCEPT" کے معنی ہیں:-

- (i) ایک خیال (A thought)، ایک تجویز (An opinion) یا
- (ii) کسی موضوع کی تعلیم کے بعد ذہن و دماغ کے پردے پر ابھرنے والی وہ تصاویر اور حقائق جو چیزوں کو واضح کرتے ہیں یا وہ خیال اور تصور جس میں چیزیں حقیقی طور پر ہوتی ہیں۔

تصور کسی چیز، کسی انسان، کسی کیفیت یا حالت کا تسلیم شدہ خیال ہے جو کسی مخصوص چیز فرد یا حالات سے نہیں بلکہ عام درجہ (Particular Objects) یا (events) کے لئے موزوں ہوتا ہے۔

پیا جے (Piaget) نے تصور کو لفظ "SCHEMA" (جس کے معنی خاکہ یا نقشہ ہے) قرار دیا ہے۔ اس کی تعریف میں انہوں نے کہا ہے کہ "یہ بچوں کے اندرونی ذہنی کردار اور تاثر ہے، انکے مطابق شعائیں دنیا کو سمجھنے اور حواس کے ذریعہ علم یا آگاہی حاصل کرنے کا اہم ذریعہ ہیں۔ پیا جے (Piaget) کے مطابق بنیادی طور پر تصورات کی صورت گری یا رد عمل بچوں کے ذہنی، دماغی، قوی، خیالی اور شعوری عقل کی ترقی کا ذریعہ ہوتا ہے۔ بچہ ہمیشہ اپنے عمل اور رد عمل کو اپنے ماحول سے حاصل شدہ تجربات کی بنا پر انجام دیتا ہے اور وہ خود کو استحالہ (Assimilation) کے ذریعہ موجودہ ماحول میں ڈھال لیتا ہے یا (Adopt) ہو جاتا ہے۔

پیا جے کے مطابق، وہ عمل جس کے ذریعہ Schema بدلتا ہے اسے "تطبیق" (Accommodation) کہتے ہیں۔ لیکن ٹھیک اسی وقت بچہ یہ نہیں چاہتا کہ اس کے اخلاقی تاثر میں پرانے خاکے ظاہر ہوں یا وہ خود کو پرانے طور طریقے کے مطابق ڈھال لیں اور ایک یا دو غیر مستحکم تجربات اور خاکے (schema) کے اختیار کی ترجمانی یا تشریح کرے اسکے تجربات کو پیا جے نے اس عمل کو استحالہ (Assimilation) کا نام دیا۔

3.3.2 تصور کی تعریف: (Definition of Concept)

- ☆ تصور ایک قیاسی (Inferred) ذہنی عمل ہے۔
- ☆ کسی چیز، کیفیت، حالات یا عمل کا اہم جز تصور ہی ہوتا ہے۔
- ☆ تصور ذہن و دماغ کے ذریعہ تشکیل شدہ وہ ذہنی تصور ہے جسکے ذریعہ کوئی بھی بات مکمل طور پر واضح ہوتی ہے۔
- ☆ تصور علم حاصل کرنے کا ذریعہ ہے یہ تجربات کا قیاسی استخراج ہے۔

تصور کے اقسام: (Types of Concept)

علم ریاضی میں تصور کی دو قسمیں ہیں۔

(i) تشکیل تصور (Concept formation) C.F.

(ii) استحالی تصور (Concept Assimilation) C.A.

(i) تشکیل تصور (Concept formation)

تشکیلی تصور (C.F) ایک دریافتی اکتسابی طریقہ کار ہے جس میں نفسیاتی عمل جیسے امتیازی تحلیل (Discrimination Analysis)، علیحدگی،

خیالی تصور، مفروضہ نظریہ کا قائم کرنا اور نسل کے معیار کی جانچ وغیرہ شامل ہیں۔ نوعمر بچوں کے سیکھنے والے علوم میں سے تصور سب سے پہلا علم ہے، وہ زیادہ تر تصور کو تخلیقی تصور (C.F) کے ذریعہ ہی سیکھتے ہیں۔

(C.F) تشکیلی تصور میں طلبہ و طالبات چیزوں سے متعلق کئی مسلوں اور پہلوؤں پر غور کرتے ہیں، وہ باتوں کو سمجھنے کے لئے تمام باتوں پر غور کرتے ہیں۔ اتباع کرنا اور دھیان دینا ان کا اہم کام ہوتا ہے اور آخر کار وہ باتوں کی تعیم کر لیتے ہیں اور اسے استعمال کے لائق بنا لیتے ہیں۔ یہی وجہ ہے کہ طلبہ مختلف جانوروں جیسے بلی، کتا اور گھٹی وغیرہ کے تصور سے واقف ہو جانے کے بعد ان کو ایک لمحہ میں پہچان لیتے ہیں اور انہیں ایک ترتیب دیتے ہیں جبکہ وہ زندگی میں صرف ایک بار ہی مشاہدہ کرتے ہیں اور مختلف چیزوں کے درمیان فرق کو سمجھ لیتے ہیں۔ اسکول کے پرانے طلبہ اور نوبلوغ زیادہ تر نئے تصور کو تشکیلی تصور کے ذریعہ ہی سیکھتے ہیں۔

(ii) استحالی تصور (Concept Assimilation)

تخلیلی تصور (C.A) معنی خیز اور فائدہ بخش علم حاصل کرنے کا ایک امتیازی (خاص) طریقہ ہے۔ تخلیلی تصور میں تصور کی تعریف کو مثالوں کے ذریعہ اور تشریحی طریقے کے ذریعہ بیان کیا جاتا ہے۔ اس کے علاوہ اس میں بہت سے وٹونی دائرہ (Cognitive domain) یعنی تفکر، جاننا، اور حل مسئلہ سے تعلق رکھنے والے عمل موجود ہوتے ہیں۔ اس طریقہ کے ذریعہ طلبہ مفروضہ (Hypothesis) قائم کرتے ہیں اور فرق و امتیاز کی سمجھ کا بھی فروغ کرتے ہیں۔ نئی بات یا نئے خیال کو نئے طریقے سے پیش کرتے ہیں۔

(Information) جانکاری کی بنا پر تشکیلی تصور (Concept Formation) کا طریقہ طلبہ کو اپنے علم کے ذریعہ نئی چیزوں اور نئے علم سے ہم رنگی قائم کرنے میں مدد دیتا ہے۔ یہ طریقہ طلبہ کی صلاحیتوں میں اضافہ کرتا ہے۔ عام اور خاص میں فرق، ایک بات سے دوسرے بات کا تعلق اور کسی بھی تصور کی تعیم اس طریقہ کے ذریعہ نہایت ہی بہتر ڈھنگ سے عمل پاتا ہے۔ وہ جانکاریوں کو اس کے ثبوت (Evidence) کے ساتھ پیش کرنے کی صلاحیت کو فروغ کر لیتے ہیں۔

تخلیلی طریقہ (C.F) پر مبنی اسباق (Lessons) نہایت ہی محرک (Motivational) ہوتے ہیں اور یہی وجہ ہے کہ طلبہ تدریس میں دلچسپی کے ساتھ حصہ لیتے ہیں اور انہیں اپنے طریقے سے نئی باتوں کو سیکھنے کا موقع بھی ملتا ہے۔ اس طریقے میں استاد محض ایک دانشمندانہ رہنما کے طور پر کارکردہ ہوتا ہے جو نگران ہوتا ہے اور وہ بس مسئلہ کو پیش کرتا ہے اور طلبہ کو بھی اس موڑ پر لے جا کر چھوڑ دیتا ہے جہاں سے وہ اپنے ذہن و دماغ کا استعمال شروع کر دیں۔ Hilda Taba کے مطابق تخلیلی تصور میں تین عمل (Process) ہوتے ہیں۔

(i) باتوں کو سمجھنا اور اس سے جڑے مسئلے کی شناخت کرنا۔ (یعنی مشاہدہ کرنا "Observation")

(ii) جانکاری کو یکسانیت کی بنا پر یکجا کرنا (یعنی زمرہ بندی "Categorisation")

(iii) پھر اس زمرے کی جانکاریوں کے فروغ کے لئے نئے اقدامات اٹھاتے ہیں (یعنی فیصلہ Conclusion)

Taba نے طلبہ کے حوصلے کی افزائش کے اقدامات Teaching moves یا steps (جو کہ سوالوں کی شکل میں ہوتی ہے) کو متعارف کروایا۔

اس میں ایسے سوال ہوتے ہیں جو کسی مخصوص موضوع سے تعلق رکھتے ہیں۔

3.3.3 ریاضی کے تصور کی تشکیل: (Formation of Mathematical Concepts)

مثال:- Prime numbers

اسٹیپ 1: مشاہدہ (Observation)

معلم تختہ سیاہ پر کچھ عدد (Numbers) لکھیں گے جو سو سے کم ہوں اس کے بعد بچوں سے اسے مشاہدہ کرنے کو کہیں گے طلبہ لکھے گئے عدد (Numbers) پر غور کریں گے اور یکسانیت کی بنا پر یا فرق کے اعتبار سے اس کی شناخت کر لیں گے۔ معلم اعداد کو دو الگ الگ کالم میں بھی لکھ سکتے ہیں جس سے طلبہ الگ الگ اعداد کی شناخت کر لیں۔

اسٹیپ-2 زمرہ بندی (Categorisation)

اس مرحلے میں طلبہ دیئے گئے نمبرس میں سے ان کی خصوصیت کی بنا پر انہیں الگ کر لیں گے۔ طلبہ طاق عدد، جفت عدد اور مرکب اعداد (Even, odd & Composite no.) میں فرق کو سمجھ سکیں گے۔ اس کے علاوہ وہ یہ بھی بتلائیں گے کہ ”1“ ایک عدد پر اتم نمبر (Prime number) کیوں نہیں ہے۔

اسٹیپ نمبر 3 : نتیجہ (Conclusion)

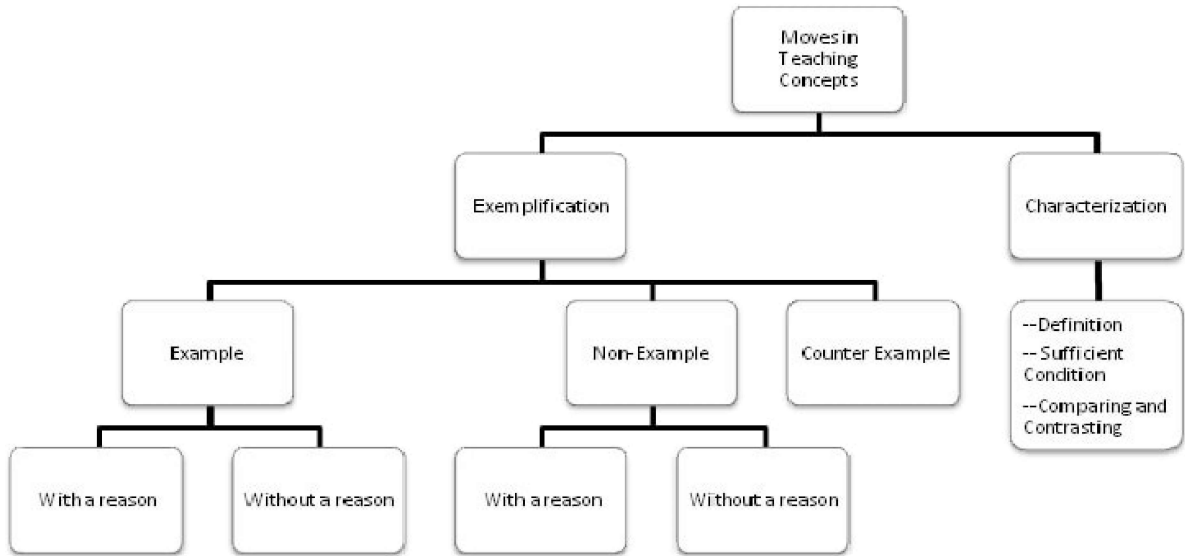
آخر کار طلبہ مختلف اقسام کے اعداد اور (Prime numb.) کی تعریفات اور اسکے تصور (Concept) کو بیان کریں گے۔

3.3.4 تصور کی تدریس میں اقدام : (Moves in teaching Concepts)

تصور کی تدریس میں امتیاز کی شناخت کرنا اور اہم نکات اور ضرورت کے مطابق موزوں حالات کی شناخت کرنا، موازنہ یا تقابل کرنا۔ تصور کی

تدریس میں (Counter Example) اور (Non Example) دینا۔

تصور کی تدریس کے دوران اگر ہم درجہ / جماعت (Classroom) کے حالات سے واقف ہوں اور بیان کرنے کا ہنر سمجھ رہے ہوں تو وہاں پر زبان اور مواد کو کس طرح پیش کرنا ہے یہ سمجھ میں آ جاتا ہے۔ وہاں پر کس طرح کی زبان کا استعمال کرنا ہے کون سے الفاظ کا استعمال کرنا ہے، کس طرح سے تعریفات (definition) کو بیان کرنا ہے، کون سی مثالیں دینی ہیں، (asserting) یعنی دعویٰ سے کہنا، (classifying) درجہ وار ترتیب دینا موازنہ کرنا اور تقابل کرنا وغیرہ جیسی اہم حکمت عملی کی سمجھ آسانی سے آ جائے گی۔ یہ ساری حکمت عملی جس کا استعمال درس و تدریس کے دوران درجہ جماعت میں استعمال ہوتا ہے اسے ہی ہم اقدام (Moves) کہتے ہیں۔ Moves کا استعمال معلم یا طلباء یا دونوں کرتے ہیں۔ جیسا کہ لفظ موزوں (Moves) کے معنی ہے راغب کرنا یا آمادہ کرنا یعنی اس کا اصل مقصد ہوتا ہے طلباء کو سکھانا اور کسی تصور کو بہتر ڈھنگ سے پیش کرنا اور سکھانا۔



تصور کی تدریس میں منصوبہ بندی اور حکمت عملی:

(Planning and Implementation Strategies in teaching Concepts)

معلم ہمیشہ اس کوشش میں رہتا ہے کہ وہ تدریس کے لئے اس طریقے کو اپنائے جس سے طلباء بہترین ڈھنگ سے سیکھ سکیں اور وہ اثر آویز ہوں، اسکے لئے کئی طرح کی مہارتوں (Skills) کا استعمال کرتا ہے۔ جیسے شروع میں وہ مظاہرہ (demonstration) تحقیقی طریقہ کار اور مسئلہ حل (Problem Solving) - طریقہ کار وغیرہ کا استعمال کرتا ہے۔ چونکہ معلم ہمیشہ اس بات کے لئے کوشاں ہوتا ہے کہ اس کا تدریسی عمل اثر آویز ہو اس کے لئے وہ درجہ / جماعت میں تعمیریت (constructivism) پر زیادہ زور دیتا ہے۔ پہلے سے سیکھی ہوئی باتوں کو نئے علم سے جوڑنا، طلباء میں تخلیقیت کی صلاحیت پیدا کرنا اور طلباء کو سمجھ کر پڑھنے یا سیکھنے کی راہ ہموار کرنا معلم کی اہم ذمہ داریوں میں سے ایک ہے۔ اور یہ کام اس کے لئے کسی (challenge) سے کم نہیں۔ آرٹ اور تخلیقیت کے لحاظ سے ریاضی کو سیکھنا اور سکھانا پہلے سے سیکھی ہوئی چیزوں اور پہلے کے تجربات پر بہت حد تک منحصر کرتا ہے۔ ریاضی کی تدریس کی کچھ حکمت عملیاں (strategies) جس کی مدد سے طلباء میں علم نامی محل کی تعمیر میں مدد ہوتی ہے۔۔

(i) سرگرمی یا عمل پر مبنی طریقہ کار (Activity Based Method)

(ii) انکشافی طریقہ کار (Heuristic Method)

(iii) استقرائی۔ استخرابی طریقہ کار (Inductive - Deductive Method)

(iv) مسئلہ حل طریقہ کار (Problem-Solving Method)

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- تصور کسے کہتے ہیں۔
- 2- بیانے کے تصور Concept کے لیے کون سا لفظ استعمال کیا؟
- 3- تصور کی کوئی ایک تعریف بیان کیجیے؟
- 4- علم ریاضی میں تصور کی کتنی قسمیں ہیں اور وہ کون کون سی ہیں؟
- 5- ریاضی کی تدریس کی چند حکمت عملیاں بیان کیجیے؟

3.4 زیر تربیت اساتذہ میں جماعت ششم تا دہم کے ریاضی کے مختلف تصورات کی آگاہی کا فہم پیدا کرنا:

(Creating awareness among student teachers on various concepts of Arithmetic from casses VI to X)

علم حساب Arithmetics

عدد کے تصور اور عددی قیمت (Placevalue)، اعداد کے نظام (Number System) کو سمجھنا، اسکے معنی اور تعریف کو سمجھنا، اور عدد سے متعلق علم کو روزمرہ کی زندگی میں استعمال کرنا۔ جیسے جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، نفع و نقصان، فیصد، تناسب نسبت اور وقت سے متعلق مسلوں کو حل کرنے کا ہنر آتا ہے۔

روایتی علم حساب میں بنیادی طور پر جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم سے متعلق کام ہی کئے جاتے ہیں۔ جبکہ ترقی پذیر یا اعلیٰ درجے کے اعمال (operations) میں فی صد (percentage) جذر المربع (square-root)، خود تقسیمی عدد، (Exponentiations) اور Logarithms، چھوٹ

(discount) کے معنی ہے کل قیمت میں کمی، فی صد چھوٹ کے معنی ہے کسی چیز پر چند فیصد کی چھوٹ دینا اسی طرح بینک وغیرہ میں سود مفرد اور سود مرکب وغیرہ کے لئے اور روزمرہ کی زندگی میں اس کا استعمال اس کے علاوہ دوری، وقت اور رفتار سے متعلق مسلوں کو حل کرنے کے لئے علم حساب کا استعمال ہوتا ہے۔

الجبراء: (Algebra)

علم ریاضی ایک زبان ہے۔ ریاضی ایک ایسی زبان ہے جس کے خود کے الفاظ ہیں اور خود کے نشانات اور قواعد اور پھر زبان انسانی ضروریات مطابق ترقی پاتی ہے۔ اگر ہم علم ریاضی کو ایک زبان کے طور پر دیکھیں تو الجبرا (Algebra) ہمیں ریاضی کے (Short Hand) کے طور پر نظر آئے گا۔ یہ علم حساب کو اور بھی آسان بنا دیتا ہے۔ یہ اس وجہ سے ہے کہ الجبرا کو عمومی علم عدد یا حساب (Generalized arithmetic) کہا جاتا ہے۔ اس کا علم ہونا بے حد ضروری ہے تب ہی ریاضی کے دوسرے مضامین ہمیں بہتر ڈھنگ سے سمجھ میں آئیں گے۔ اس کی شروع و مستقل مقدرات (Constant) اور متغیر (Variables) کے تصور کے ساتھ ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ اس میں مساوات (Equations) اور الجبری مساوات (Algebraic equation) اور اجزائے ضربی (Factorization) وغیرہ شامل ہیں۔

علم ہندسہ: (Geometry)

علم ہندسہ یا جیومیٹری جگہ، تصویر اور مکانی تعلقات (Spatial Relations) کا مطالعہ ہے۔ نقطہ اور خط، جیومیٹری کی بنیاد ہے۔ جیومیٹری کی مدد سے کسی چیز کی پیمائش کی جاتی ہے۔ اس کے علاوہ اس کا رقبہ، حجم اور دوسری پیمائشوں کو بہت ہی آسانی سے دریافت کیا جاتا ہے۔ یہ دو تصاویر میں رشتے اور تعلق کو بھی ظاہر کرتا ہے۔ جیسے متماثلت (Congruence) اور مشابہت (Similarity) وغیرہ۔ آج کل رقبہ اور حجم وغیرہ سے متعلق موضوع کو ریاضی کی ایک الگ شاخ کے تحت مطالعہ کیا جاتا ہے۔ جسے مساحت (Mensuration) کہتے ہیں۔ اسی طرح جیومیٹری میں کسی نقطے کے مقام کو بتانے کے لئے اور مرکز سے اس نقطے کی دوری، وغیرہ جیسے مسلوں کو محدودی علم ہندسہ (Co-Ordinate Geometry) میں سکھایا جاتا ہے۔ اس میں نقطہ جس جگہ پر ہوتا ہے اسے "Coordinate Plane" کہتے ہیں۔ اس میں دو پیمائش یا میزان ہوتے ہیں۔ ایک متوازی جو x-axis - محور (x-axis) کہلاتا ہے اور دوسری عمودی جو Y - محور (Y-axis) کہلاتا ہے۔ یہ x-axis کے ساتھ زاویہ قائمہ (90°) بناتا ہے۔ اور وہ نقطہ جہاں پر یہ دونوں خط ایک دوسرے سے ملتے ہیں وہ مبداء یا Origin کہلاتا ہے۔ جہاں X اور Y دونوں صفر zero ہوتے ہیں اگر آپ کو کسی دو نقطوں کے ساتھ Coordinates کو معلوم کرنا ہے تو۔۔۔

(i) سب سے پہلے دونوں نقطوں کے درمیانی فاصلے کو معلوم کریں گے۔

(ii) مرکزی نقطہ (mid point)، نشیب / ڈھلان (Slope) اور خط کی مساوات (equation of line segment) معلوم کریں۔

(iii) تعین کر لیں گے کہ لائن متوازی (Parallel) ہے یا عمودی (perpendicular)

(iv) نقطوں کو ملانے پر بننے والے کثیر ضلعی شکل (polygon) کا رقبہ اور محیط (parameter) معلوم کر لیں گے۔

(v) تصویر کو گھما کر یا عکس بنا کر یا حرکت دے کر اس کی شکل کو تبدیل کر لیں گے۔

(vi) منحنی (curves)، دائرہ (circles) اور بیضوی شکل (ellipse) نشان حذف کے مساوات (equation) کو ظاہر کرنا ہوگا۔

علم مثلث: (Trigonometry)

علم مثلث ریاضی کی اہم شاخوں میں سرفہرست ہے۔ اس میں کسی مثلث Triangle کے اضلاع (sides) اور زاویوں (Angles) زاویہ کے درمیان رشتوں اور تعلقات کا مطالعہ کرتے ہیں۔ تصور کی یکسانیت کی پہچان علم مثلث میں اہمیت رکھتی ہے۔ علم مثلث کے ذریعہ ہم ایسی اونچائی اور دوریاں معلوم کر سکتے ہیں جو آسانی سے دریافت نہیں ہو سکتی ہیں۔

علم اعداد و شمار (شماریات): (Statistics)

علم ریاضی کی ایک اہم صفت یہ بھی ہے کہ کسی بھی معلومات کو نمبر کی شکل میں ظاہر کر دینا ہے۔ اسے ہم ڈاٹا (Data) کہتے ہیں۔ ڈاٹا کو تصویر کی شکل میں بھی پیش کر سکتے ہیں جو بار گراف، Pie-charts، Histograms وغیرہ کی شکل میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ اور اسی کو عدد کے ذریعہ ہم Median Mean اور Mode وغیرہ کی شکل میں ظاہر کرتے ہیں۔

علم امکان: (Probability)

یہ علم اعداد و شمار (Statistics) کی ہی ایک شاخ ہے۔ جو ایک یقینی خاص وقوعہ (Certain event) کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اور اس کا استعمال روزمرہ کی زندگی میں بہت سارے عملی مقاصد کے لئے کیا جاتا ہے۔ اس کے تحت غیر یقینی وقوعہ (uncertainties) کو خاص تدبیر کے ذریعہ ناپا جاتا ہے۔ اور اسکے علاوہ علم امکان کے ذریعہ پیش گوئی بھی کی جاسکتی ہے جسے موسم، حساب کتاب، ایل۔ آئی۔ سی وغیرہ میں بھی اس کا استعمال ہوتا ہے۔
اپنی معلومات کی جانچ:

1- علم مثلث سے کیا مراد ہے۔

2- علم حساب (Arithmetic) میں کون سے موضوعات شامل ہیں؟

3- الجبرا کو ریاضی کا Short Hand کیوں کہا جاتا ہے؟

3.5 ریاضی کے طریقہ تدریس (Methods of Teaching Mathematics)

ریاضی کے سارے اساتذہ موثر نہیں ہوتے ہیں۔ ایسا معلم جو درس و تدریس میں مناسب تدریسی طریقے کا استعمال کرتا ہے جس کے پاس اثر افزا اور فائدہ بخش مواد کا علم موجود ہو، جس کی تدریس دلچسپ اور واضح ہو اور جو ایک سے زائد تدریسی طریقوں میں ماہر ہو اسے ہم اثر آویز معلم یا استاد کہہ سکتے ہیں۔ ریاضی کی تدریس میں چند خاص تدریسی طریقوں کو اپنایا جاتا ہے۔ وہ طریقے حسب ذیل ہیں۔

3.5.1 استقرائی طریقہ: (Inductive Method)

اس طریقے کے ذریعہ اصول استقرائی سے سائنس کی تعلیم عہدگی سے دی جاسکتی ہے۔ اس طریقہ تدریس میں سائنس یا ریاضی کے اصول، نتائج یا کلیات طلباء کو بتلائے نہیں جاتے بلکہ خود طلباء اس طریقے سے اصول اور نتائج اخذ کرتے ہیں۔ جس سے ان کو مسرت حاصل ہوتی ہے اور وہ شوق سے پڑھتے اور سیکھتے ہیں یہ طریقہ تعلیم، جدید طریقہ تعلیم کے عین مطابق ہے۔ نفسیات اور فلسفہ تعلیم نے بھی اس کو اپنایا ہے۔ اس طریقہ کا بنیادی اصول مخصوص مثالوں کے ذریعہ عام نتیجہ اخذ کرنا ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر طالب علم دھاتی سلاح کو گرم کرنے کے بعد یہ نتیجہ اخذ کرتا ہے کہ گرم کرنے پر دھاتیں پھیلتی ہیں۔ یہ طریقہ اس وقت زیادہ موزوں اور بہتر ہے جبکہ عام اصول، تعریفات یا کلیات اخذ کرنا مقصود ہوتا ہے۔ اس طریقہ سے طلباء میں خواہش، دلچسپی اور کام کرنے کی امنگ پیدا ہوتی ہے۔

اس طریقے میں معلم مقرون سے مجرد کی طرف ٹھوس یا مخصوص (Particular) سے عام (General) کی طرف مثال سے ضابطے کی طرف بڑھتا ہے۔ یہ وہ طریقہ تدریس ہے جس میں مناسب مقدار میں مخصوص اعداد کے ذریعہ ضابطے Formulae کی تشکیل کی جاتی ہے۔ یہ قیاس پر مبنی ہوتا ہے۔ جو یہ ظاہر کرتا ہے کہ تشکیل شدہ ضابطہ ایک متعین کام کے لئے عالمی سطح پر درست ہے۔ اگر بنایا گیا ضابطہ کسی خاص معاملہ کو حل کرنے میں صحیح ثابت ہوتا ہے۔ تو پھر اس کی مدد سے طلبہ مشکل ترین سوال بھی حل کر لیتے ہیں۔ اور اس کی تعلیم بھی با آسانی کر سکتے ہیں۔

عمل درآمد: (Procedure)

مثال ۱۔ طلباء کو کچھ مثلثات بنانے کے لئے کہیں اور باری باری سے سارے مثلث کے زاویوں کی پیمائش کرنے کو کہیں۔ ایسا کرنے پر مثلث کے زاویہ کا مجموعہ ہمیشہ برابر آئے گا۔ اس طرح وہ آسانی سے سمجھ جائیں گے کہ کسی بھی مثلث کے تینوں زاویہ کا مجموعہ جوڑ دو قائمہ الزاویہ یعنی *180 ہوتا ہے۔

حل۔ خاص تصور میں (Particular Concept)

$$1^2 = 1, 3^2 = 9, 5^2 = 25, 7^2 = 49, 9^2 = 81 \text{ eq -I}$$

$$2^2 = 4, 4^2 = 16, 6^2 = 36, 8^2 = 64, 10^2 = 100 \text{ eq -II}$$

عام تصور (General Concept)

equ-I اور equ-II سے ہم یہ نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ.....

طاق عدد (Odd number) کا مربع بھی طاق عدد ہوتا ہے۔

جفت عدد (Even number) کا مربع بھی جفت عدد ہوتا ہے۔

استقرائی طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

- (1) یہ طریقہ تدریس کے اصول کے عین مطابق ہے اس میں وقت ضائع نہیں ہوتا ہے۔ اس میں طلبہ کو اپنی محنت کا نتیجہ مفید نظر آتا ہے۔
- (2) موضوع کے لحاظ سے اٹکو کتابیں پڑھنے، انٹرویو لینے اور بعض اوقات دوسرے مقامات پر جانے کا موقع ملتا ہے۔
- (3) اس طریقہ میں طالب علم خود اپنے علم اور عمل سے سیکھتا ہے جس سے اس میں دلچسپی اور خود اعتمادی پیدا ہوتی ہے۔
- (4) یہ طریقہ مبتدیوں کے لئے بے حد کارآمد ہے۔
- (5) یہ مثالوں کے ذریعہ ریاضی کے اصولوں کو سمجھنے کا ایک آسان طریقہ ہے۔ یہ طریقہ ”کیا“ اور ”کیوں“ جیسے سوالات کو واضح کرنے کا بہترین طریقہ ہے۔
- (6) یہ منطقی طریقہ (logical method) ہے۔
- (7) یہ رٹ کر سیکھنے سے روکتا ہے۔

استقرائی طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

- (i) اس میں زیادہ وقت درکار ہوتا ہے۔
- (ii) یہ اعلیٰ جماعتوں کے لئے زیادہ موزوں نہیں ہے۔
- (iii) طلباء بعض اوقات غلط نتائج بھی اخذ کر سکتے ہیں۔
- (iv) deduction (استخراج کے بغیر یہ نامکمل ہے۔ اس طریقہ میں مندرجہ ذیل مراحل Steps کا خیال رکھا جاتا ہے۔
- (v) مسئلہ کی شناخت، مواد کی ترتیب، مفروضے کا وضع کرنا، تعیم وغیرہ۔ ان مراحل Steps کے مہم کے بغیر درس و تدریس کا عمل مکمل نہیں ہو سکتا ہے۔

3.5.2 استقرابی طریقہ: (Deductive Method)

یہ طریقہ استقرابی طریقے کے بالکل برعکس ہے۔ اس طریقہ تدریس میں معلوم سے نامعلوم کی طرف عمل ہوتا ہے۔ اس طریقہ میں معلم، طلباء کو سائنس کے عام اصول۔ نتائج اور کلیات سے واقف کرواتا ہے۔ پھر ان کی وضاحت مختلف مثالوں کے ذریعہ کی جاتی ہے۔

جوزف لنڈن (Joseph London) کے خیال کے مطابق استخراجی طریقے میں پہلے سائنس کے اصول، اور کلیات سکھائے جاتے ہیں۔ بعد میں احتیاط سے ان کے مفہوم کی وضاحت کی جاتی ہے۔ اس طریقہ تدریس میں مندرجہ ذیل مراحل (steps) کا خیال رکھا جاتا ہے۔

عمل درآمد: (Procedure)

استاد سوال سے متعلق ضابطہ (Formula) بتانے کے بعد کچھ سوالات کو حل کرتا ہے۔ طلباء تختہ سیاہ پر بغور دیکھتے ہیں اور یہ سمجھ جاتے ہیں کہ سوالوں کو حل کرنے میں ضابطہ کا استعمال کس طرح کیا جاتا ہے اس کے بعد استاد کچھ سوالات بچوں کو دیتا ہے تاکہ وہ بھی حل کریں۔ طلباء اپنے استاد کے بتائے ہوئے طریقے کو مد نظر رکھتے ہوئے سوال کو حل کرتے ہیں۔

جیسے.....

مثال-1 Example

$$\text{Find - } a^2 \times a^{10} = ?$$

حل - Solution

$$\text{General (عام)} = a^n \times a^m$$

$$\text{Particular (خاص)} = a^2 \times a^{10} = a^{2+10} = a^{12}$$

مثال-2 Example

$$\text{Find } (102) = ?$$

حل - Solution

$$\text{General (عام)} = (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\text{Particular (خاص): } (100 + 2)^2 = 100^2 + 2^2 + (2 \times 100 \times 2)$$

$$= 10000 + 4 + 400$$

$$= 10404$$

$$\therefore (102^2) = 10404$$

استخراجی طریقے کی خوبیاں: (Merits)

- اس طریقہ کار سے وقت، روپے اور توانائی کی بچت ہوتی ہے
- یہ عملی طور پر زیادہ فائدہ مند ہے۔
- یہ معلم کے کام کو کم کر دیتا ہے۔
- یہ کام کی رفتار کو زیادہ کرتا ہے۔
- اس طریقہ تدریس سے طلباء کی یادداشت Memory کو تقویت ملتی ہے۔

استخراجی طریقے کی خامیاں: (Demerits)

- نئی معلومات کے حصول کے لئے یہ طریقہ موزوں نہیں ہے۔

-- یہ تدریس کا فطری انداز نہیں ہے۔ کیونکہ اس کا انحصار کسی عملی کام پر منحصر نہیں ہے۔

-- اس طریقہ تدریس سے طلباء میں رٹنے (craming) کا رجحان پیدا ہوتا ہے۔ یہ سائنٹفک طریقہ نہیں ہے۔ اس طریقہ تدریس سے طلباء میں خود سوچنے اور نتائج اخذ کرنے کی صلاحیت پیدا نہیں ہوتی طلباء کو ابتداء میں یہ بتایا جاتا ہے کہ تبخیر (Evaporation) کا نتیجہ تبرید (cooling) ہے۔ اس کے ساتھ مختلف مثالوں سے اس خاصیت کو اس طرح واضح کیا جاتا ہے۔

-- مٹی کے برتن میں پانی رکھا جائے تو وہ ٹھنڈا ہو جاتا ہے۔

-- پٹرول کو ہاتھ میں رکھنے پر ٹھنڈک کا احساس ہوتا ہے۔

-- اس میں طلباء میں سوچنے سمجھنے (Thinking)، دریافت کرنے اور توجہ کرنے (Reasoning) وغیرہ کی صلاحیت کا فروغ نہیں

ہو پاتا ہے۔

-- یہ دماغ پر زور اور کام میں اضافہ کا ذریعہ بنتا ہے۔

3.5.3 تجزیاتی طریقہ: (Analytic Method)

اس طریقہ میں کسی بیان اور مسئلہ کا سادہ تر حصوں میں تجزیہ کیا جاتا ہے۔ یہاں معلم کو جس چیز کو ثابت کرنا ہوتا ہے وہیں سے شروع کرتے ہیں اور وہاں لوٹ جاتے ہیں جو چیز دی گئی ہوتی ہے۔ اس طریقہ میں کسی منظم فکر کے ذریعہ مسئلہ کا ثبوت یا حل دریافت نہیں کیا جاتا یہاں حسابی اقدامات steps میں استدلال کے ساتھ ایک منظم تسلسل ہوتا ہے۔ یہ طریقہ طلباء کی ذہنی صلاحیتوں کی نشوونما میں مدد کرتا ہے۔ اس میں حافظے پر زور نہیں دیا جاتا ہے بلکہ یہ طریقہ اہم نفسیاتی اصولوں پر ہوتا ہے۔ اس طریقہ میں طلباء تدریس و کتاب کے عمل میں سرگرمی سے حصہ لیتے ہیں۔ ایک طویل اور محنت طلب طریقہ ہے۔ لیکن اس طریقہ میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش نہیں کیا جاسکتا۔

یہ لفظ Analysis سے اخذ کیا گیا ہے۔ جس کے معنی ہے حصوں میں توڑنا یا بانٹنا۔

☆ یہ نتیجہ سے مفروضہ کی طرف چلتا ہے

☆ یہ نامعلوم سے معلوم کی طرف چلتا ہے۔

☆ یہ تجزیہ خلاصہ (Abstract) سے مقرون (Concrete) کی طرف چلتا ہے۔

مثال.....

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab, \setminus$$

اگر $(a + b)^2 = 7ab$ ثابت کریں کہ $2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b$

اسے تجزیاتی طریقہ کے ذریعہ حل کرنے کے لئے نامعلوم سے شروع کرتے ہیں۔

نامعلوم ہے۔ $2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b$

اب صحیح $2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b$

اگر صحیح $\log(a+b)^2 = \log 3^2 + \log a + \log b$

صحیح ہے اگر $\text{Log}(a+b)^2 = \log 9 + \log ab$

$$\log(a+b)^2 = \log 9ab \quad \text{صحیح ہے اگر}$$

$$(a+b)^2 = 9ab \quad \text{صحیح ہے اگر}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab = 9ab \quad \text{صحیح ہے اگر}$$

$$a^2 + b^2 = 7ab \quad \text{اس لئے}$$

$$\text{اس لئے اگر } a^2 + b^2 = 7ab \quad \text{تب ہم ثابت کر سکتے ہیں}$$

$$2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b$$

تحلیلی طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

- ☆ یہ ایک منطقی (Logical) طریقہ تدریس ہے۔ یہ طلباء میں سیکھنے کے دوران کوئی شک و شبہ نہیں رکھتا ہے۔
- ☆ یہ سمجھنے کی صلاحیت کو پروان چڑھاتا ہے۔ اور یہ دیگر نئی معلومات کی کھوج کرنے کی بھی صلاحیت پیدا کرتا ہے۔
- ☆ اس کے مراحل عام ہوتے ہیں اور ہر مرحلے کی خود ایک وجہ اور معقولیت ہوتی ہے۔
- ☆ یہ طریقہ حاصل کرنے والے اور مضمون کے لئے بہتر ہے۔
- ☆ اس طریقہ میں طلباء کے چہرے پر یہ سوال صاف نظر آتا ہے کہ ”یہ کیسے ثابت“ ہو سکتا ہے۔ اسے اور آسان طریقے سے کسی طرح حل کیا جاسکتا ہے وغیرہ۔ اس لحاظ سے یہ طریقہ طلباء میں فہم اور سمجھ کو پروان چڑھاتا ہے۔

تحلیلی طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

- ☆ یہ ایک لمبا طریقہ تدریس ہے۔
- ☆ اس طریقے کے ذریعہ رفتار اور درستی accuracy نہیں آتی ہے۔
- ☆ یہ سارے عنوانات اور موضوعات کے لئے درست نہیں ہے۔

3.5.4 ترکیبی طریقہ: (Synthetic Method)

یہ طریقہ ایک طرح سے تحلیلی / تجزیاتی (Analytic) طریقے کی ضد ہے۔ اس طریقے میں کچھ اجزاء کو ایک چیز حاصل کرنے کے لئے متحدہ کیا جاتا ہے۔ یہاں معلم وہاں سے شروع کرتا ہے جو چیز کہ دی گئی ہے اور وہاں ختم کرتے ہیں جس کو کہ ثابت کرنا ہے۔ اس طریقہ میں طلباء کو کوئی نئی چیز دریافت کرنی ہوتی ہے۔ اس کے لئے طلباء کو ثبوت یا حل کو منظم طریقے سے پیش کرنا ہوتا ہے۔ یہاں حسابی اقدامات کے تسلسل میں کوئی استدلال نہیں ہوتا۔ یہ طریقہ اکتساب میں زیادہ تر حفظ یاد کرنے پر زور دیتا ہے۔ یہ منطقی طریقہ ہے یہ نفسیاتی اصولوں کی پرواہ نہیں کرتا۔ یہاں حافظے کو بڑی اہمیت دی جاتی ہے۔ یہ مختصر طریقہ ہے۔ اس طریقہ میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش کیا جاسکتا ہے۔

مثال - (Example)

$$\text{اگر } a^2 + b^2 = 7ab \quad \text{تو ثابت کریں کہ } 2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b$$

ثابت۔

اسے ثابت کرنے کے لئے ترکیبی طریقے کا استعمال کریں گے اور جو معلوم ہے وہاں سے شروع کریں گے۔

$$a^2 + b^2 = 7ab \text{ ہمیں معلوم ہے کہ}$$

دونوں جانب 2ab جمع کرنے پر

$$a^2 + b^2 + 2ab = 7ab + 2ab$$

$$(a+b)^2 = 9ab$$

دونوں جانب 'log' لگانے پر

$$\log(a+b)^2 = \log(9ab)$$

$$2\log(a+b) = \log 9 + \log(ab)$$

$$2\log(a+b) = \log 3^2 + \log a + \log b$$

$$2\log(a+b) = 2\log 3 + \log a + \log b$$

$$a^2 + b^2 = 7ab \quad \text{اس لئے اگر}$$

تو ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ

$$2\log(a+b) = 2\log 3 + \log a + \log b$$

ترکیبی طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

- ☆ یہ وقت اور محنت دونوں کی بچت کرتا ہے۔
- ☆ یہ مختصر ترین طریقہ ہے۔
- ☆ یہ ایک واضح طریقہ ہے جس میں مسئلے کو سلسلے وار طریقے سے حل کیا جاتا ہے۔
- ☆ یہ زیادہ تر طلباء کے لئے صحیح طریقہ مانا گیا ہے۔
- ☆ ریاضی کے کسی بھی موضوع اور عنوان میں اس طریقہ کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔
- ☆ یہ طلباء کی سوچنے سمجھنے کی صلاحیت کا فروغ کرتا ہے۔
- ☆ اس طریقہ کے ذریعہ درستگی (Accuracy) آتی ہے۔

ترکیبی طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

- ☆ یہ طلباء کے ذہن میں بہت سارے شکوک و شبہات پیدا کرتا ہے اور اس کی تشریح بھی نہیں کرتا۔
- ☆ یہ مکمل تشریح یا سمجھ فراہم نہیں کرتا ہے۔
- ☆ اس طریقے میں دماغی کام کے علاوہ گھر کے کام کا بوجھ بہت زیادہ دیتا ہے۔
- ☆ اس طریقے کے ذریعہ سوچنے سمجھنے، فکر کرنے اور دریافت کرنے وغیرہ کی صلاحیت کا فروغ نہیں ہو پاتا ہے۔

تجزیاتی اور ترکیبی طریقہ تدریس کا موازنہ:

(Comparison of Analytic and Synthetic Methods of Teaching)

Synthetic Method	ترکیبی طریقہ	Analytic Method	تحلیلی طریقہ
☆ اس طریقہ میں کچھ اجزاء کو نئی چیز حاصل کرنے کے لئے متحد کیا جاتا ہے۔	☆ اس طریقہ میں کچھ اجزاء کو نئی چیز حاصل کرنے کے لئے متحد کیا جاتا ہے۔	☆ اس طریقہ میں کسی بیان اور مسئلہ کا سادہ تر حصوں میں تجزیہ اور تحلیل کیا جاتا ہے۔	☆ اس طریقہ میں کسی بیان اور مسئلہ کا سادہ تر حصوں میں تجزیہ اور تحلیل کیا جاتا ہے۔
☆ یہاں معلم وہاں سے شروع کرتا ہے جہاں کے ایک چیز دی گئی ہے وہاں ختم کرتا ہے جس کو کہ ثابت کرنا ہے۔	☆ یہاں معلم وہاں سے شروع کرتا ہے جہاں کے ایک چیز دی گئی ہے وہاں ختم کرتا ہے جس کو کہ ثابت کرنا ہے۔	☆ یہاں معلم جس چیز کو ثابت کرتا ہے، اسے شروع کرتا ہے اور وہاں لوٹتا ہے جو چیز کہ دی گئی ہے۔	☆ یہاں معلم جس چیز کو ثابت کرتا ہے، اسے شروع کرتا ہے اور وہاں لوٹتا ہے جو چیز کہ دی گئی ہے۔
☆ اس طریقہ میں طلباء کو نئی نئی چیز دریافت کرنا ہوتا ہے۔ اس کے لئے طلباء کو ثبوت یا حل کو منظم طریقے سے پیش کرنا ہوتا ہے۔	☆ اس طریقہ میں طلباء کو نئی نئی چیز دریافت کرنا ہوتا ہے۔ اس کے لئے طلباء کو ثبوت یا حل کو منظم طریقے سے پیش کرنا ہوتا ہے۔	☆ اس طریقہ میں کسی منظم فکر کے ذریعہ مسئلہ کا ثبوت یا حل دریافت نہیں کیا جاتا۔	☆ اس طریقہ میں کسی منظم فکر کے ذریعہ مسئلہ کا ثبوت یا حل دریافت نہیں کیا جاتا۔
☆ یہاں حسابی اقدامات کے تسلسل میں کوئی استدلال نہیں ہوتا۔	☆ یہاں حسابی اقدامات کے تسلسل میں کوئی استدلال نہیں ہوتا۔	☆ یہاں حسابی اقدامات (Steps) میں استدلال کے ساتھ ایک منظم تسلسل ہوتا ہے۔	☆ یہاں حسابی اقدامات (Steps) میں استدلال کے ساتھ ایک منظم تسلسل ہوتا ہے۔
☆ یہ طریقہ اکتساب میں زیادہ تر حفظ یا یاد کرنے پر زور دیتا ہے۔	☆ یہ طریقہ اکتساب میں زیادہ تر حفظ یا یاد کرنے پر زور دیتا ہے۔	☆ یہ طریقہ طلباء کی ذہانتی صلاحیتوں کی نشوونما میں مدد دیتا ہے۔	☆ یہ طریقہ طلباء کی ذہانتی صلاحیتوں کی نشوونما میں مدد دیتا ہے۔
☆ یہ منطقی طریقہ ہے یہ نفسیاتی اصولوں کی پروا نہیں کرتا۔	☆ یہ منطقی طریقہ ہے یہ نفسیاتی اصولوں کی پروا نہیں کرتا۔	☆ یہ طریقہ اہم نفسیاتی اصولوں پر مبنی ہوتا ہے۔	☆ یہ طریقہ اہم نفسیاتی اصولوں پر مبنی ہوتا ہے۔
☆ یہاں حافظے کو بڑی اہمیت دی جاتی ہے۔	☆ یہاں حافظے کو بڑی اہمیت دی جاتی ہے۔	☆ یہاں حافظے پر زور نہیں دیا جاتا۔ اس طریقے میں طلباء تدریس کی اکتساب عمل میں سرگرمی سے حصہ لیتے ہیں۔	☆ یہاں حافظے پر زور نہیں دیا جاتا۔ اس طریقے میں طلباء تدریس کی اکتساب عمل میں سرگرمی سے حصہ لیتے ہیں۔
☆ یہ طریقہ طلباء کو تدریس اکتساب عمل میں حصہ لینے کا موقع نہیں دیتا۔ یہ مختصر طریقہ ہے۔	☆ یہ طریقہ طلباء کو تدریس اکتساب عمل میں حصہ لینے کا موقع نہیں دیتا۔ یہ مختصر طریقہ ہے۔	☆ یہ ایک طویل اور محنت طلب طریقہ ہے۔	☆ یہ ایک طویل اور محنت طلب طریقہ ہے۔
☆ اس طریقے میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش کیا جاسکتا ہے۔	☆ اس طریقے میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش کیا جاسکتا ہے۔	☆ اس طریقے میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش نہیں کیا جاسکتا۔	☆ اس طریقے میں مسائل کے حل اور ثبوت کو مناسب طور سے پیش نہیں کیا جاسکتا۔

3.5.5 تجربہ گاہی طریقہ: (Laboratory Method)

عام طور سے تجربہ گاہی طریقہ کا استعمال سائنس کی تدریس میں ہوتا ہے۔ لیکن اب اس کا استعمال ریاضی کی تدریس میں ہونے لگا ہے۔ تجربہ گاہ میں طلباء خود سے کر کے سیکھتے ہیں۔ وہ تجربہ میں شامل ہوتے ہیں، چیزوں کو دیکھتے اور سمجھتے ہیں اور انہیں خود اپنے ہاتھوں سے سجاتے ہیں، لگاتے ہیں اور بناتے ہیں۔ اس کے علاوہ دیگر آلات کا استعمال بھی کرتے ہیں ریاضی میں بہت سارے ایسے حالات آتے ہیں جہاں تجرباتی طریقہ درس و تدریس کو نہایت آسان بنا دیتا ہے۔ تجربہ گاہ وہ جگہ ہوتی ہے جہاں طلباء کو حقیقی زندگی میں کام کرنے کی ترغیب ملتی ہے۔ جیسے Wallcharts models، ریاضی کے دیگر آلات Film Slides اور Video Tapes اور دیگر بہت سارے ساز و سامان تجربہ گاہ میں موجود ہوتے ہیں ایسا سامان جو باہر میں آسانی سے نہیں مل پاتا وہ تجربہ گاہ میں آسانی سے مل جاتا ہے یا بنایا جاسکتا ہے۔

ریاضی کی تجربہ گاہ کے لئے اہم ساز و سامان: (Essential Equipments for a Laboratory)

ریاضی کی تدریس میں ریاضی کی تجربہ گاہ اور تدریسی کام میں تجرباتی طریقہ اسی وقت کامیاب ہوگا جب تجربہ گاہ میں ریاضی کے سارے ضروری ساز و سامان موجود ہوں۔ ریاضی کے سارے تدریسی آلات دستیاب ہوں۔ تجربہ گاہ کے کچھ ضروری آلات مندرجہ ذیل ہیں۔

- ☆ ریاضی کے آلات اور دوسرے ساز و سامان (Mathematics Kits)
- ☆ علم ہندسہ کے متعلق آلات (Geometrical Instruments)
- ☆ کرّہ (Sphere)، مخروط (Cone)، منشور (Prism)
- ☆ استوانہ (Cylinder) وغیرہ کے نمونے۔
- ☆ چارٹس، نقشہ، گراف پیپرس، فلپش کارڈس، فلپش لورڈ، ڈرائنگ پیپرس وغیرہ۔
- ☆ ترازو، فیتا، لمبائی کی پیمائش کرنے والا ٹیپ، باٹ، لیکولیٹر، زاویہ آئینہ، پیمائش پرکار، کارڈ لورڈ، میٹرل، قینچی وغیرہ۔
- ☆ فلم، ہموار سطح، اسکرین پروجیکٹر وغیرہ۔
- ☆ لوگا تھمٹیک ٹیبل، سلائیڈ رول۔
- ☆ کتابیں اور میگزین جو ریاضی سے تعلق رکھتی ہوں۔
- ☆ دیگر ریاضی کے تدریسی اشیاء اور ٹیٹھنے کا بہترین انتظام۔

عمل درآمد: (Procedure)

- ☆ اکتسابی کام کے مقاصد، تجربہ کرنے سے پہلے استاد طلباء کو تجربہ کرنے کے مقصد کو واضح کر لیں گے اس کے بعد ہی طلباء سے تجربہ کروائیں گے۔
- ☆ طلباء کو سارے ضروری ساز و سامان مہیا کرانا ہوگا۔
- ☆ طلباء خود سے تجربہ کریں گے۔
- ☆ تجربہ کرنے کے بعد مقصد کے مد نظر طلباء نتائج کو لکھیں گے۔
- مثال :- مخروط Cone کے حجم کو معلوم کرنے کا ضابطہ معلوم کرنا۔
- مقصد :- مخروط کا حجم معلوم کرنے کا ضابطہ معلوم کرنا۔
- اہم سامان اور آلات :- مخروط cone اور استوانہ cylinder جس کے قطر diameter برابر ہوں۔ کم از کم تین سیٹ جس کی جسامت الگ الگ ہوں۔ جیسے لکڑی کا برادہ، پانی اور بالو۔

طریقہ کار: (Procedure)

- ☆ طلباء کو مندرجہ ذیل کام (Activity) کرنے کو کہیں۔
- ☆ ایک ایک جوڑی مخروط (cone) اور استوانہ (Cylinder) جن کے جسامت (diameter) اور اونچائی (height) یکساں (برابر ہو)۔
- ☆ اسکے قطر (diameter) اور اونچائی کو لکھ لیں۔
- ☆ سب سے پہلے مخروط کو لکڑی کے برادے سے بھریں۔ پھر پانی سے بھریں اور آخر میں ریت، بالو سے بھریں۔
- ☆ مخروط سے کتنی مرتبہ ماڈوں کو استوانہ میں ڈالا گیا ہے، اسے نوٹ کر لیں۔
- ☆ اسی تجربہ کو دو الگ الگ استوانہ اور مخروط کے ساتھ کریں۔ جس سے مندرجہ ذیل Tabular Table حاصل ہوگا۔

نمبر شمار	مخروط اور استوانہ کا قطر	مخروط اور استوانہ کی اونچائی	پیمائش
1	3cm	5cm	3

3	7cm	5cm	2
3	10cm	6cm	3

نتائج اخذ کرنا: (Drawing Conclusion)

مندرجہ بالا تجربہ سے ہم یہ دیکھتے ہیں کہ.....

بلحاظ طور اور اونچائی کے فرق کہ، ہر دفعہ استوانہ کو پر کرنے کے لئے 3 مخروط کی پیمائش کی درکار ہوتی ہے۔

$$\text{مخروط کا حجم} = \frac{1}{3} \text{ استوانہ کا حجم}$$

$$\text{لیکن استوانہ کا حجم} =$$

$$\text{اسلئے مخروط کا حجم} =$$

تجربہ گاہی طریقے کی خوبیاں: (Merits)

- (1) اس سے سائنٹفک انداز فکر پیدا ہوتا ہے اور سائنٹفک طریقے کی تربیت ہوتی ہے۔
- (2) طلباء کو غیر نصابی مطالعہ کی عادت پڑ جاتی ہے۔ زائد از نصابی مطالعے سے ان کے علم کے حدود میں وسعت پیدا ہوتی ہے۔
- (3) اس طریقے کی بنیاد عمل کے ذریعہ سیکھنے کے اصول پر ہے اس سے طلباء کو تجربہ گاہ میں کام کرنے کا پورا موقع ملتا ہے۔
- (4) تجربہ گاہ میں ایک ساتھ کام کرنے سے طلباء میں مل جل کر کام کرنے کی عادت پیدا ہوتی ہے۔
- (5) اس میں مشکل تجربات کے مظاہرے کا نظم بھی رہتا ہے۔
- (6) ہر طالب علم اپنی صلاحیت کے لحاظ سے کام کرتا ہے۔
- (7) معلم کو طلباء کی انفرادی توجہ کا موقع میسر آتا ہے۔
- (8) ترقی کے چارٹ سے طلباء کے کام کے بارے میں فوراً اندازہ ہو جاتا ہے۔

تجربہ گاہی طریقے کی خامیاں: (Demerits)

- (1) اس طریقے میں وقت بہت زیادہ صرف ہوتا ہے۔
- (2) ریاضی کے سارے سبق کو اس طریقے کے ذریعہ نہیں پڑھایا جاسکتا ہے۔
- (3) زیادہ تر اسکولوں میں ریاضی اسباق کی تجربہ گاہ (Maths Lab) نہیں ہوتی ہیں۔
- (4) اس طریقے میں معلم کے لئے کام زیادہ ہوتا ہے۔

3.5.6 انکشافی طریقہ: (Heuristic Method)

لفظ ہیورسٹک ایک یونانی لفظ ہیورسکیا Huiriskein یورسکین سے متعلق ہے جس کے معنی معلوم کرنا ہے۔ انیسویں صدی کے اواخر میں سائنس کی تعلیم کے ماہرین نے یہ خیال کیا کہ سائنس ایک عملی مضمون ہے اس لئے اس کے سیکھنے کا صحیح طریقہ عمل کے ذریعہ ہی ہونا چاہیے اس طریقہ تدریس کے بانی ایچ۔ ای۔ آرم۔ اسٹرانگ (H.E. Armstrong) ہیں۔ اس طریقے کا بنیادی خیال یہ ہے کہ طالب علم صرف اپنے مشاہدات اور تجربات کے ذریعہ ہی سیکھتا ہے۔ معلم کا کام معلومات فراہم کرنے کی بجائے سرگرمیاں مہیا کرنا چاہیے پروفیسر آرم اسٹرانگ کے الفاظ ہیں۔

ہیورسٹک یا انکشافی طریقہ ایک ایسا طریقہ تدریس ہے جس میں ہم طلباء میں ممکنہ حدود کے اندر انکشاف کرنے والے کا انداز فکر پیدا کرتے ہیں۔

ایسا طریقہ جو طالب علم میں خود عمل کرنے اور سوچنے کا جذبہ پیدا کرے۔ ہیورسٹک طریقہ Heuristic Method کہلاتا ہے۔ بالفاظ دیگر یہ ایسا طریقہ تدریس ہے جو روایتی طریقوں سے مختلف ہے۔ جس میں طلباء خود اپنے طور پر کام کرتے اور سوچتے ہوں جس سے ان میں مشاہدہ اور استدلال کی صلاحیت پیدا ہوتی ہے۔ اسکے ساتھ ساتھ ان میں خود اعتمادی کا جذبہ نشوونما پاتا ہو۔ ہیورسٹک طریقہ کہلاتا ہے۔

اس طریقہ تدریس میں طالب علم کو ایک مسئلہ دیا جاتا ہے اور وہ مختلف ذرائع سے اس کے بارے میں نتائج حاصل کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ اسے اپنے ہم جماعتوں سے تبادلہ خیال کی آزادی بھی ہوتی ہے۔ ہر طالب علم کو مسئلہ کے متعلق ہدایت تحریری طور پر دی جاتی ہے۔ طالب علم اپنے معلم سے ایک حد تک رہنمائی بھی حاصل کر سکتا ہے۔ اس طریقہ تدریس میں معلم کا کردار بہت زیادہ اہمیت کا حامل ہوتا ہے۔

طریقہ کار: (Procedure)

اس طریقہ تدریس میں طالب علم کو ایک مسئلہ دیا جاتا ہے اور وہ مختلف ذرائع سے اس کے بارے میں نتائج حاصل کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ اسے اپنے ہم جماعت طالب علموں سے تبادلہ خیال کی آزادی بھی ہوتی ہے۔ ہر طالب علم کو مسئلہ کے متعلق ہدایت تحریری طور پر دی جاتی ہے۔ معلم سے طالب علم ایک حد تک رہنمائی بھی حاصل کر سکتا ہے۔

مسئلہ Problem:-

کسی شہر کی آبادی 50,000 ہے۔ اور وہاں کی آبادی pa. 4% سے بڑھ رہی ہے تو 2 سال کے بعد وہاں کی آبادی کتنی ہو جائے گی۔

معلم :- اس سوال کے ذریعہ ہمیں کیا معلوم کرنا ہے؟

طلباء :- دو سال کے بعد شہر کی آبادی

معلم :- آبادی بڑھنے کی رفتار کیا ہے؟

طلباء :- 4% p.a

معلم :- پہلے سال کے آخر میں آبادی کتنی ہو جائے گی؟

طلباء :- ایک سال کے بعد شہر کی آبادی

$$= 50,000 + 50,000 \times 4/100$$

$$= 50,000 + 2000 = 52000$$

معلم :- دوسرے سال کی شروعات میں شہر کی آبادی

طلباء :- دوسرے سال کی شروعات میں شہر کی آبادی 52000 ہو جائے گی۔

معلم :- ہم نشوونما (Growth) کو کس طرح معلوم کریں گے

طلباء :- دوسرے سال آبادی میں بڑھوتری (Growth)

$$= 52000 \times 4/100 = 2080$$

معلم :- تو دو سال میں شہر کی آبادی کیا ہو جائے گی؟

طلباء :- دو سال کے بعد شہر کی آبادی $52000 + 2080 = 54080$ ہوگا۔

انکشافی طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

(i) یہ طریقہ طالب علم کی نفسیات کے عین مطابق ہے۔ عمل کے ذریعہ سیکھنے کا اصول اسکی بنیاد ہے۔

- (ii) اس طریقہ سے طالب علم میں محنت اور سرگرمی کی عادت پیدا ہوتی ہے۔
- (iii) طالب علم کو معلم کی انفرادی توجہ حاصل ہوتی ہے۔ اور دونوں کے درمیان قریبی تعلق پیدا ہوتا ہے۔
- (iv) طلباء میں خود اعتمادی اور خود انحصاری کا جذبہ پیدا ہوتا ہے۔
- (v) وہ جو کچھ سیکھتا ہے طویل عرصے تک اسکے ذہن میں محفوظ رہتا ہے۔
- (vi) اس طریقہ تدریس کے ذریعہ طلباء میں سائنٹفک اور تنقیدی انداز فکر پیدا ہوتا ہے۔

انکشافی طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

- (i) یہ ایک سست طریقہ تدریس ہے جس کی وجہ سے نصاب محدود وقت میں مکمل نہیں کیا جاسکتا ہے۔
- (ii) اس طریقہ تدریس میں آلات سے لیس تجربہ گاہ اور اچھی قابلیت کے اساتذہ درکار ہوتے ہیں۔
- (iii) اس طریقہ تدریس سے معلم پر زیادہ کام بوجھ پڑتا ہے۔
- (iv) طلباء سے یہ امید رکھنا کہ وہ اپنے طور پر بات معلوم کر لیں گے زیادتی ہے۔ اسکول میں ایسے طلباء بھی ہوتے ہیں جن کی قوت فکر اور معلومات محدود ہوتی ہے۔
- (v) مسئلے کی درجہ بندی آسان کام نہیں ہے اس کے لئے کافی مہارت درکار ہوتی ہے۔

3.5.7 منصوبائی طریقہ: (Project Method)

لفظ "Project" کو Oxford dictionary میں "کام کا منصوبہ" بتایا گیا ہے۔ ہر کام کسی مقصد کے تحت کیا جاتا ہے جب کام کرنے کا خیال آتا ہے تو سب سے پہلے ہم اس کا قصد کر لیتے ہیں۔ اور پھر کام کو اچھے ڈھنگ یا طریقے سے انجام دینے کے طریقوں پر غور کرتے ہیں۔ پراجیکٹ کا لفظ سب سے پہلے رچرڈ نامی ایک امریکی ماہر تعلیم نے استعمال کیا ہے۔ اس لفظ کو اس نے گھریلو دستکاری اور خاص طور پر زراعت کے کام کے سلسلے میں استعمال کیا۔ اس کے بعد Stevenson نامی ماہر تعلیم نے اس کی وضاحت اس طرح کی کہ منصوبہ کسی حل طلب مسئلہ کی نوعیت والا ایسا کام ہے جس کو اس کے فطری ماحول میں پایہ تکمیل کو پہنچایا جاتا ہے۔ کلیمٹرک نے منصوبہ کی تعریف اس طرح بیان کی۔

منصوبی طریقہ بچوں کو خود سے کرنے (Learning by doing) کی ترغیب دیتا ہے۔ جس کی مدد سے طلباء خود سے سیکھتے ہیں اس کے علاوہ یہ

Learning by Living کی ترغیب دیتا ہے۔

منصوبائی طریقہ کے مدارج درج ذیل ہیں (Steps Involved in the Project method)

- 1- منصوبے کا انتخاب (Identification of Problem)
- 2- مقصد کا تعین (Providing Purpose)
- 3- منصوبہ بندی (Planing)
- 4- منصوبے پر عمل آوری (Executing of Project work)
- 5- نتیجہ کی جانچ (Evaluating of Result)
- 6- مشاہدات کو تحریر کرنا (Recording of Observation)

1- منصوبے کا انتخاب (Identification of Problem)

معلم طلباء کے سامنے کچھ ایسے حالات پیدا کریں جس سے طلباء خود ہی اس سے متعلق سوالات کرنے لگیں۔ پھر معلم طلباء کو کتب خانہ، تجربہ گاہ، کتابیں یا سیر و تفریح پر لے جا کر ان کے جوابات فراہم کریں گے۔

2- مقصد کا تعین (Providing Purpose)

اس مرحلے میں میں کام کا مقصد اور اس کی نوعیت صاف طور سے ظاہر کر دی جاتی ہے۔ اور اس کے حدود بھی متعین کر دیے جاتے ہیں۔ اس کے لئے کچھ اہم نکات (Points) پر غور کرنا ہوتا ہے۔ جو مندرجہ ذیل ہیں۔

- طلباء کی دلچسپی
- مسئلہ میں پچھلے پن کی مقدار
- مسئلہ یا کام کو انجام تک لے جانے میں دیا گیا وقت
- ساز و سامان اور ذرائع کی موجودگی۔

3- منصوبہ بندی (Planing)

- استاد کی زیر نگرانی اور اس کی رہنمائی کے ذریعہ طلباء کو خود سے منصوبہ بندی کرنے کی ترغیب دینی چاہئے۔
- طلباء کے درمیان موضوع سے متعلق بحث ہونی چاہئے۔
- چرچا یا بحث و مباحثہ کے بعد سب سے بہتر نتیجہ کو ماننا چاہئے۔
- منصوبہ بندی کو پروجیکٹ میں شامل کیا جائیگا۔

4- منصوبے پر عمل آوری (Executing of Project work)

استاد کام کے لئے طلباء کے گروپ بنائے گا اور ہر گروپ کی دلچسپی اور صلاحیت کے اعتبار سے انہیں کام کرنے کو دیگا۔ اور گروپ کے سارے ممبر کام کو انجام تک پہنچانے میں شامل ہوگا۔

- وہ کام جسے معلم طلباء کے درمیان تقسیم کر دیتا ہے اس کی اچھی طرح تکمیل کے لئے الگ الگ گروپ کو اور الگ الگ طلباء کو مخصوص کام اور ذمہ داریاں دی جاتی ہے تاکہ سبھی کو اپنی ذمہ داریوں کو پورا کرنا آجائے۔
- طلباء کی ذمہ داری بنتی ہے کی وہ اپنے کام کو بہتر ڈھنگ سے پورا کرنے کے لئے منصوبہ بند طریقے سے کام کریں۔

5- نتیجہ کی جانچ (Evaluating of Result)

طلباء کو اور استاد کو یہ چاہئے کہ دئے $\pi r^2 h$ $1/3 \pi r^2 h$ گئے کام پر وقت بوقت نظر ثانی کرتے رہیں اور اس بات کا بھی خیال رکھا جائے کہ مقصد کا حصول ہو رہا ہے یا نہیں۔

6- مشاہدات کو تحریر کرنا (Recording of Observation)

طلباء اپنے کئے گئے کام اور مشاہدے کو تحریری شکل میں محفوظ رکھیں گے وہ سارے اجزاء جو کام کرنے کے دوران استعمال ہوئے سب کا حوالہ Reference وغیرہ سبھی چیزوں کا ریکارڈ اپنی نوٹ بک میں رکھیں گے۔

منصوبہ کا خاکہ (فارمیٹ): (The format of the Project)

عنوان: (Title)

عنوان نثر بہت زیادہ چھوٹا اور نہ ہی بہت بڑا ہونا چاہئے۔ بلکہ عنوان کو بیانیہ انداز میں (Statements) لکھنا چاہئے۔

مختصر خلاصہ: (Abstract)

یہ وہ خاکہ ہوتا ہے جس میں Project کے اہم مقاصد کو نمایاں (Highlight) کیا جاتا ہے۔ اس کے علاوہ جو مہارت یا طریقہ استعمال کیا گیا ہے اسے بھی لکھا جائے گا۔

تعارف: (Introduction)

جس موضوع پر کام کیا جا رہا ہے اس کے مقاصد، وسعت اور طریقے وغیرہ کی تشریح کرنا اور موضوع کے مواد کا تعارف کرنا اس کا اہم کام ہوتا ہے۔ جس کی مدد سے پڑھنے والے کو پورا مواد پڑھے بغیر ہی سب پتہ چل جاتا ہے۔ لیکن تفصیل سے جانکاری پانے کے لئے اسے پورے مواد کا مطالعہ کرنا ضروری ہوتا ہے۔

طریقہ: (Methods)

اس کالم میں اس طریقے کا ذکر ہوتا ہے جو پروجیکٹ کو تیار کرنے میں استعمال کیا جاتا ہے۔ اس کے علاوہ ساز و سامان، اور آلات و حکمت عملی وغیرہ کا ذکر اسی کالم میں کیا جاتا ہے۔

مشاہدہ: (Observation)

اس میں محفوظ کی گئی باتوں اور دیگر جانکاریوں کا مشاہدہ کیا جاتا ہے۔

نتائج: (Results)

مطالعہ پر غور و فکر کرنے کے بعد اس کا موازنہ دوسرے کاموں سے کریں گے جو اسی موضوع پر کئے گئے ہوں گے۔

ضمیمہ: (Appendix)

اس کالم میں طلباء کسی دیگر جانکاری کو لکھ سکتے ہیں۔ جس کا ذکر اوپر نہیں کیا گیا ہو۔

کتابیات: (Bibliography)

Project کو تیار کرنے کے لئے جو حوالہ (Reference) لیا گیا ہے اسے لکھنا ہوتا ہے۔ تاکہ دوسرے بچوں کو Follow کرنے میں آسانی ہو۔

مثال :

رضا کار طلبہ Volunteer Students کے ذریعہ اسکول کی عمارت کا رنگ دروغن کا کام۔

اس project کو مکمل کرنے کے لئے درج ذیل کے چند باتوں کا خیال رکھنا ہوگا۔

☆ اسکول کے وہ سارے کمرے اور دیوار وغیرہ کا رقبہ (area) معلوم کرنا جن پر رنگ کرنا ہے۔

☆ مکمل طور سے رنگ کرنے میں لگنے والے کل وقت کو معلوم کرنا۔

☆ اس کام میں استعمال ہونے والے تمام ساز و سامان کی لسٹ تیار کرنا۔

☆ اس کام میں ہونے والے اخراجات کا ایک اندازہ تعین کرنا۔

☆ یہ تحقیق کرنا کہ دیگر ضروری اشیاء دستیاب ہیں کہ نہیں۔

☆ Fund کا استعمال صحیح ڈھنگ سے کرنا۔

- ☆ ساز و سامان اور آلات کو کسی دوسرے طریقے کے ذریعہ حاصل کرنا۔
- ☆ سارے رضا کاروں کے درمیان ذمہ داریوں کو تقسیم کرنا۔
- ☆ انہیں طے کیا وقت بتا دینا جس میں ان سب کو اپنی اپنی ذمہ داریوں کا پورا کرنا ہے۔
- ☆ منصوبہ کے تحت کام کی شروعات کرنا اور کام جاری رکھنا۔
- ☆ مکمل شدہ کام کی جانچ کرنا مختلف زاویوں سے کام کی تکمیل کی تصدیق کرنا۔ اور کمی یا خرابی کو دور کرنا۔
- ☆ کام مکمل ہونے کے بعد بچے ہوئے ساز و سامان یا کرائے پر لائے گئے آلات وغیرہ کو واپس کرنا۔
- ☆ کام میں ہونے والے اخراجات کی ایک مکمل لسٹ تیار کرنا۔
- ☆ خریدے گئے ساز و سامان کی ایک لسٹ بنانا تاکہ مستقبل میں اس کا استعمال کیا جاسکے۔ اگر سارے آلات کو حفاظتی روم (Store Room) میں رکھا گیا ہو۔

☆ اس کام (Project) کی مکمل (Report) تیار کرنا۔

مندرجہ بالا کام کو کرنے کے دوران طلباء کئی تجربات اور بہت سارے علوم سے آراستہ ہونگے کیونکہ وہ خود سے سارے کام کر رہے ہیں اور دیکھ رہے ہیں۔ ریاضی کی درس و تدریس ٹھیک اسی طرح سے اگر طلباء خود سے ریاضی کو پڑھیں، حل کریں تو انہیں بہت سی باتیں سمجھ میں آئیں گی اور ریاضی ان کے لئے آسان مضمون ہو جائے گا۔ مندرجہ بالا نکات کو یا منصوبے کو رنگ و روغن کے کام کو مکمل کرنے کے لئے تیار کیا گیا تھا اور وہ کام مکمل ہوا بھی اور اس کو پورا کرنے میں کوئی خاص وقت بھی درپیش نہ آئی کیونکہ سارے کام پہلے ہی منصوبہ بند طریقہ سے چل رہے تھے۔ اس لئے وہ پروجیکٹ پایہ تکمیل تک پہنچ ہی گیا۔ اسی طرح ریاضی کے ساتھ بھی عمل کرنے کی ضرورت ہے۔

ریاضی کے کچھ منصوبے: (Some Projects of Mathematics)

ہائی اسکول کے طلباء کے لئے چند پروجیکٹ جو استعمال میں لائے جاسکتے ہیں۔

I - اسکول بیکنگ قائم کر کے اسے لین دین کے لیے عملی طور پر استعمال کرنا۔

II - اسکول میں Stationary Stores چلانا۔

III - اسکول کے احاطے میں باغ Garden لگانا۔

IV - سڑک بنانا

V - سالانہ کمپ کے لئے منصوبہ بنانا۔

VI - سالانہ کمپ کے لئے منصوبہ بنانا۔

VII - اسکول میں موجود ریاضی کلب (Maths Club) کی سرگرمی میں حصہ لینا۔

VIII - پیدائش، اموات، آبادی وغیرہ جیسے ڈاٹا کی جانکاری جمع کرنا۔

IX - کسی مقامی کارخانے کے بارے میں جاننا۔

X - اسکول کا سالانہ جلسہ منعقد کرنا۔

منصوبائی طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

☆ یہ کئی نفسیاتی اصولوں اور طریقوں پر مبنی ہوتا ہے۔

- ☆ یہ طلباء میں خود اعتمادی اور خود کاری کی صفت کو فروغ دیتا ہے۔
- ☆ یہ تربیت کے لئے وسیع موقع فراہم کرتا ہے۔
- ☆ یہ طریقہ شخصیت میں نکھار لاتا ہے۔ اس میں ہر فرد خود کی صلاحیت کا تجربہ کرتا ہے۔
- ☆ یہ طریقہ طلباء کے اندر مسئلے کو حل کرنے کی ترغیب دیتا ہے۔ اور وہ کئی زاویوں سے سوچتے ہیں ان کے اندر Critical Thinking پاتی ہے۔ اور اسکے لئے وہ Problem Solving طریقہ کو استعمال کرتے ہیں۔
- ☆ اس طریقہ میں طلباء خود سے کام کو کرنے میں شریک ہوتے ہیں۔
- ☆ یہ طریقہ عمل کے اصول، حقیقت، اثر اور خود سے کر کے سیکھنے پر مبنی ہوتا ہے۔
- ☆ یہ بچوں کے اندر کھوج کرنے کی صلاحیت کا فروغ کرتا ہے۔
- ☆ یہ طلباء میں خود محرکہ کی صفت کو فروغ دیتا ہے۔

منصوبائی طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

- ☆ یہ بہت زیادہ وقت لیتا ہے۔
- ☆ اس طریقہ میں علم سلسلے وار طریقے سے حاصل نہیں ہوتا ہے۔
- ☆ یہ سستا طریقہ نہیں ہے۔
- ☆ کتابیں اور آلات کے علاوہ دیگر ساز و سامان کا ہونا لازمی ہے۔
- ☆ اس میں درس دینا ایک آزاد کام ہو جاتا ہے جو غیر منظم طریقے سے چلتا ہے۔
- ☆ یہ متعین نصاب کے لئے موزوں نہیں ہے۔
- ☆ اس طریقے کے ذریعہ نصاب کو وقت پر پورا نہیں کیا جاسکتا ہے۔

3.5.8 عمل پر مبنی درس: (Activity Based Teaching)

زیادہ تر طلباء میں ریاضی کا خوف اور اس میں ناکامی کا احساس پایا جاتا ہے۔ اور ریاضی انہیں مشکل ترین مضمون محسوس ہوتا ہے۔ ایسا کیوں ہے۔ یہ سوچنے کا مقام ہے۔ اس کی کئی وجوہات ہو سکتی ہیں ہو سکتا ہے کہ طلباء کے اوپر نصاب کا بوجھ بہت زیادہ ہو۔ یا بنیادی علم میں کمی ہو وغیرہ۔ چونکہ ریاضی ہی ایک ایسا مضمون ہے جس میں تصور (Concept) کے اندر بھی دوسرا تصور / دوسرے تصورات موجود ہوتے ہیں۔

کئی ایسے طریقے ہیں جن کے ذریعہ ریاضی کی تدریس کو موثر بنایا جاسکتا ہے۔ اگر ریاضی کی سرگرمیوں (Activities) کو ایک منصوبہ بند طریقہ سے عمل میں لایا جائے تو طلباء ریاضی کو دلچسپی سے سیکھیں گے۔ اور ریاضی انکے لئے آسان بھی ہو جائے گی۔

آئیے دیکھتے ہیں کی کسر کی ضرب کو ہم عملی طریقے سے کس طرح حل کر سکتے ہیں۔

مثال کے طور پر دیکھا جائے تو کسر کہ ضرب اسکولی سطح کے طلباء کے لئے مشکل ترین موضوع ہوتا ہے۔ اور یہ صرف طلباء کے لئے ہی نہیں بلکہ استاد کے لئے بھی مشکل ہوتا ہے۔ اس مسئلے کی ایک خاص وجہ یہ بھی ہو سکتی ہے کہ ایسے سوالات کو حل کرنے کے لئے چند پہاڑے (Multiplication Table) رٹا دیتے ہیں۔ جس کے وجہ سے طلباء ضرب کرنا سیکھ نہیں پاتے ہیں۔ اگر انہیں روزمرہ کی زندگی میں Fraction (کسر) کی اہمیت و افادیت بتادی جائے تو باتوں کو سمجھنا بہت آسان ہو جائے گا۔

آئیے اس عمل کے ذریعہ ہم منصوبہ بند تدریس پر ایک نظر ڈالتے ہیں۔

-- جناب وکرم ٹیبل کے پاس مربع (Square) کی شکل میں زمین کا ایک ٹکڑا (Plot of Land) ہے جس کے Side کی لمبائی 1km ہے۔ غنی کے والد نے ان سے $(1 \times \frac{1}{3})$ زمین خرید لی اور اس میں سے $(2 \times \frac{1}{2})$ غنی کو دے دیا۔ ہمیں غنی کو ملنے والی زمین کی کسری شکل معلوم کرنا ہے۔ اس مسئلے کو حل کرنے کے لئے معلم ایک Activity کروا سکتا ہے۔ جو سلسلے وار طریقہ سے ہوگی۔ وہ آگے بیان کی جا رہی ہے۔

خود سے سوالات کرنا Self Questioning	سہولیات فراہم کرنا Facilitating
میں درجہ میں آج کون سی سرگرمی (activity) کرنے جا رہا ہوں۔	کسی ایک کسر (Fraction) کو دوسری کسر سے ضرب کیا جا رہا ہے۔
* اس عمل کے ذریعہ ہم کون سے تصور یا کون سے مقصد objective کو سیکھ پائیں گے۔	* دو کسر کو ضرب کرنا، عباری سوال والے مسئلے کو حل کرنا اور کسر کے ضرب کو سیکھیں گے۔
* اسے کرنے میں کتنا وقت لگے گا۔	* 55 minutes
* کیا اس کام کو علیحدہ علیحدہ کیا جائے گا یا میرے ساتھ۔	* طلباء اسے خود علیحدہ طور پر کریں گے۔
* کون کون سی تیاری کرنی ہوگی۔	* شکلیں کاٹ کر رکھنا ہوگا۔
* اس activity میں پہلے سیکھی ہوئی باتوں کا کتنا استعمال ہوگا۔	* طلباء پہلے سے ہی آدھا، ایک چوتھائی ایک تہائی وغیرہ سے واقف ہیں۔
* کس مرحلے میں تصور پر عمل کیا جائے گا۔	* step-1 (3min) تصور پر discuss کرنے کے بعد یا دوران مربع کی شکل کا پیپر طلباء کو دیا جائے گا۔ جو زمین کے ٹکڑے کے مانند مانا جائے گا۔
* طلباء کو activity کرنے میں کس طرح مدد کر سکتا ہوں۔	* step- 2 (7min) میں طلباء سے اس کاغذ کو تین برابر حصوں میں vertically موڑنے کے لئے کہوں گا۔ اور پھر اس کے ایک حصے کو shade کیا جائے گا۔
	* step-3 (min) اب کاغذ کو horizontally موڑنے کو کہا جائے گا۔ جس سے وہ دو برابر حصوں میں تقسیم جائے گا۔
	* step-4 (5min) طلباء غنی کی زمین کو پہچان لیں گے جو $\frac{1}{3}$ کا $\frac{1}{2}$ ہوگا۔
	* step-5 (5min) معلم اسی طرح کا دوسرا مسئلہ دیگا۔ اور اس میں $\frac{3}{4}$ is $(1 \times \frac{2}{3})$ ہے۔
	نتیجہ : conclusion (min) * step-6 (10min) طلباء دوسرے مسئلے کو حل کرنے کے لئے کاغذ کو پھر سے fold کریں گے۔

		* (10min) step-7 - معلم جواب میں آنے والے شمار کنندہ اور نسب نمائتے کو کہے گا۔
		☆ طلباء اور معلم دونوں اس نتیجے تک پہنچ گئے ہیں کہ کسی طرح دو کسروں کو آپس میں ضرب کرتے ہیں۔
		☆ نہیں۔ چونکہ صرف کاغذ کو فولڈ کرنا تھا۔ کسی Rectangle کے رقبہ کی پیمائش کیسے کر سکتے ہیں۔ یا sq kml کے مربع نما area کا رقبہ کیسے معلوم کریں گے۔
کیا کوئی احتیاط پیمائش کا بھی استعمال ہوا، میں ان سے کیا سوالات کروں کہ وہ محرک ہوں۔		☆ کوئی خاص نہیں۔ پر کاغذ کو موڑنے اور مربع کو گننے کے دوران تھوڑا احساس ہوا۔ طلباء کو یہ تو سمجھ میں آ گیا ہے کہ دو کسر کو ضرب کرنے سے ایک کسر ہی حاصل ہوتی ہے۔ جس میں شمار کنندہ کا حاصل ضرب شمار کنندہ اور نصب نماؤں کا حاصل ضرب نصب نما ہی ہوتا ہے۔
☆ کیا میں نے طلبہ کو activity کرنے کے دوران کوئی دشواری کا سامنا کرتے ہوئے دیکھا۔ اب میں نتائج کو طلبہ کے سامنے کس طرح واضح کروں۔		☆ پورے درجے کے مواد کو summarise کر کے اور بتائی گئی باتوں کو دوہرا کر کے۔
☆ طلبہ اپنے observation کے ریکارڈ کو کس طرح تیار کریں گے۔		☆ طلباء کچھ تصاویر بنائیں گے۔ جس کے لئے مندرجہ ذیل format استعمال ہو سکتا ہے۔
☆ اب میں پورے عمل کو کس طرح ہمت افزائی کے ساتھ پیش کروں کہ طلباء خود نتائج کی طرف مائل ہو جائیں۔		
☆ اس تصور کو میں روزمرہ کی زندگی سے کیسے جوڑ سکتا ہوں۔		☆ جائداد کی تقسیم میں، زمین کی تقسیم وغیرہ میں۔
☆ میں طلباء کی فہم اور سمجھ کو کیسے سمجھ پاؤں گا۔		
☆ میں اس activity کو اختتام پر کس طرح لے جاؤں گا۔		☆ میں طلباء کو جانچ پرچہ دیکر اس پر غور و فکر کروں گا۔ اس کے علاوہ طلباء کے ذریعہ تیار کئے جانے والے Record کو بھی میں درجہ میں گھوم گھوم کر دیکھوں گا۔
☆ میں کس طرح اسکے تصور کی طرف طلباء کی توجہ مبذول کراؤں گا۔		☆ آج کے تصور کو Generalise کر کے اور سیکھے ہوئے تصور کو کسر کے دیگر کاموں جیسے decimal اور percentages وغیرہ میں اس کا استعمال بنا کر۔

عمل پر مبنی درس کی خوبیاں: (Merits)

- ☆ یہ طریقہ تدریس مکمل طور سے نفسیاتی اصول پر مبنی ہوتا ہے۔
- ☆ یہ طریقہ طلباء کو غور و فکر کرنے اور سوچنے کے لئے اکساتا ہے۔
- ☆ طلباء تصور کو صاف طور سے سمجھ لیتے ہیں۔
- ☆ رٹ کر سیکھنے سے دور کرتا ہے۔
- ☆ طلباء کا عمل اور رد عمل اس طریقہ میں شامل ہوتا ہے۔
- ☆ اس طریقے کے ذریعہ طلباء میں ہمت افزائی ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ محنت کرنا، ایک دوسرے کا ساتھ دینا اور خود اعتمادی کا فروغ کرنا اس طریقے کا اصل مقصد ہوتا ہے۔
- ☆ یہ طریقہ طلباء کو نئے حالات میں اپنے علم کو استعمال کرنے کی صلاحیت عطا کرتا ہے۔

عمل پر مبنی درس کی خامیاں: (Demerits)

- ☆ یہ ایک طویل (lengthy) عمل ہے جس میں بہت زیادہ وقت درکار ہوتا ہے۔
- ☆ اس طریقے کے ذریعہ نصاب کا مکمل کرنا نہایت مشکل ہوتا ہے۔
- ☆ اس کے علاوہ بہت سارے ساز و سامان کی ضرورت ہوتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- ریاضی کے چند طریقے ہائے تدریس کے نام لکھیے۔
- 2- استقرائی طریقہ تدریس سے کیا مراد ہے۔
- 3- جس طریقہ تدریس میں معلوم سے نامعلوم کی جانب عمل ہوتا ہے اسے کونسا طریقہ کہتے ہیں۔
- 4- تجزیہ (Analysis) کسے کہتے ہیں۔
- 5- جس طریقہ تدریس میں چند اجزاء کو متحد کیا جاتا ہے اسے کیا کہتے ہیں۔
- 6- کس طریقہ تدریس میں استاد اور طلباء ریاضی کی تجربہ گاہ میں کام کرتے ہیں۔

3.6 حل مسئلہ کا طریقہ: (Problem Solving Method)

حل مسئلہ طریقے کے مراحل اور اقدامات۔ الجبر، اور علم حساب (Arithmetic)، جیومیٹری، علم ہندسہ، علم مثلث (Trigonometry)، امکانات (Probability) اور شماریات (Statistics) وغیرہ کے مسلوں کو حل کرنے کے لئے دیگر طریقے کی تلاش کرنا۔

حل مسئلہ طریقہ کام کے ذریعہ سیکھنے کا طریقہ ہے۔ اس طریقہ تدریس میں روایتی انداز تدریس کو نظر انداز کر دیا جاتا ہے۔ اس طریقے میں وقت اور توانائی زیادہ صرف ہوتی ہے۔ ایک نا تجربہ کار طالب علم اس طریقے سے غلط نتائج بھی اخذ کر سکتا ہے۔ اس طریقے میں معلم کی صحیح سمت میں رہبری درکار ہوتی ہے۔ یہ طریقہ تدریس ابتدائی جماعتوں کے لئے موزوں نہیں ہے۔

اس طریقہ تدریس میں ایک مخصوص مسئلہ یا موضوع طلباء کو دے کر یہ کہا جاتا ہے کہ اس کا حل کا غور و فکر اور استدلال کے ذریعہ تلاش کرنے کی کوشش کریں۔ مسئلہ عام طور پر تعلیمی اہمیت کا حامل اور حقیقی زندگی سے متعلق ہوتا ہے۔

حل مسئلہ طریقہ ریاضی کے لئے عمدہ ہے۔ یہ طلبہ میں ریاضی کے علم کا فروغ کرتا ہے۔ یہ طلباء کو ترغیب دیتا ہے کہ کسی دئے ہوئے سوال کو کسی طرح حل کیا جائے تاکہ مسئلہ کا حل ہو سکے۔

اس طریقہ تدریس میں طلباء کی قوت برداشت میں اضافہ ہوتا ہے۔ موضوع یا مسئلہ کے حل کے دوران درج ذیل مرحلوں (steps) کا خیال رکھا جاتا ہے۔

(1) مسئلہ کا صحیح احساس اور شناخت: (Recognising or Identifying the problem)

مسئلے کا احساس اور شناخت کرنا نہایت ہی ضروری ہوتا ہے۔ یہ کوئی ضروری نہیں ہے کہ دیا گیا مسئلہ حقیقی ہو۔ اصل یہ ہے کہ طلباء خود سے مسئلے کی شناخت کر لیں۔

(2) مسئلہ کا تجزیہ کرنا: (Analysing the Problem)

مسئلہ کا تجزیہ یہ مسئلے کے عناصر کی شناخت کرنا اور دیگر جانکاریوں کو ظاہر کرنا وغیرہ اس مہارت کے اجزاء ہیں

(3) ریاضی سے تعلق رکھنے والے رشتوں کی تلاش کرنا / مفروضات کی تشکیل کرنا

جواب کی تلاش کے لئے منصوبہ تیار کرنا، جس میں trial, terms & error کو define کرنا اور دیگر حکمت عملی اس مرحلے میں اپنائے

جاتے ہیں۔

(4) حل کی تلاش کرنا

نتیجہ کی جانچ کرنا

(5) نتیجہ کو قبول کرنا اور اس پر عمل کرنا۔

اس مرحلے میں آنے والے نتائج Results کو قبول کر کے آگے کے مسئلے میں بھی اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال:- دو سیٹوں کے Union کی تعریف بیان کریں۔ اگر $A = (2,3,4,5)$ ، $B = (3,5,6)$ اور $C = (4,6,7,8,9)$ ہے تب ثابت

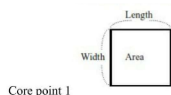
کریں کہ

$$AU (BUC) = (AUB) UC$$

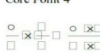
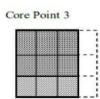
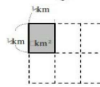
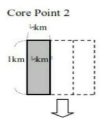
(Solution)

حل

اسٹیپ 1: مسئلے کی شناخت



Core point 1



طلباء دئے گئے مسئلے کو دیکھ کر مطالعہ کر کے سمجھ لیں گے اور پھر اسے اپنی زبان میں بیان کریں گے۔

(1) دو سیٹس A اور B کا یونین وہ سیٹ ہوتا ہے جس میں A اور B کے سارے members آتے ہیں۔

(2) دو سیٹس A اور B کے یونین کو 'AUB' سے دکھایا جاتا ہے اور اسے Symbolically دکھانے کے لئے کا

استعمال کرتے ہیں۔

(3) مشترکہ ارکان (common elements) کو صرف ایک ہی بار لیا جاتا ہے۔

اسٹیپ 2: مسئلے کا تجزیہ

طلباء مسئلے کی شناخت کر کے اور اسے اپنی زبان میں بیان کرنے کے بعد تجزیہ کرتے ہیں کہ اس مسئلہ کا حل کس

طرح کیا جائے گا۔

اسٹیپ 3: ریاضی کے تعلقات کی تلاش / آزمائشی مفروضہ قائم کرنا۔

مسئلہ کے مختلف پہلوؤں کا تجزیہ کرنے کے بعد طلبہ یہ مفروضہ قائم کریں گے کہ اس سب سے پہلے سیٹ B اور سیٹ C کے یونین کو معلوم کرنا calculate ہوگا یعنی (BUC) اس کے بعد سیٹ A کے یونین اور BUC کو لکھنا ہوگا۔ تو اس طرح وہ (AUB) UC یا (AUB) کی مقدار Value معلوم کر سکیں گے۔

اسٹیپ 4: حل کی تلاش کرنا / مفروضہ کی جانچ

تو اس طرح سے اوپر دئے گئے data کے مطابق طلباء مندرجہ ذیل طریقہ کے مطابق مسئلہ کا حل نکال سکیں گے۔

$$BUC = (3,5,6) \cup (4,6,7,8,9) = (3,4,5,6,7,8,9)$$

$$AU(BUC) = (2,3,4,5) \cup (3,4,5,6,7,8,9)$$

$$= (2,3,4,5,6,7,8,9)$$

اسی طرح سے

$$AUB = (2,3,4,5) \cup (3,5,6)$$

$$= (2,3,4,5,6)$$

$$(AUB)UC = (2,3,4,5,6) \cup (4,5,6,7,8,9)$$

$$= (2,3,4,5,6,7,8,9)$$

مسئلہ کا حل کرنے کے بعد طلباء یہ تجزیہ کریں گے کہ حاصل شدہ حل درست ہے یا نہیں اور (AUB)UC , AU(BUC) کے برابر ہے یا نہیں۔

اسٹیپ 5:- نتیجے کو قبول کرنا اور اس پر عمل کرنا۔

اپنے مفروضہ کے ٹیسٹ کے بعد طلباء اس نتیجے پر پہنچ جائیں گے کہ

$$AU(BUC) = (AUB)UC$$

تو اس طرح طلباء اپنے Results کو تقسیم کے طرف لئے جائیں گے اور اپنے علم کو نئے مسئلے کو حل کرنے کے لئے استعمال کریں گے۔

حل مسئلہ طریقہ کی خوبیاں: (Merits)

☆ اس طریقہ کی فطرت سائنسی ہے۔

☆ اس کے ذریعہ اچھے سے پڑھنے، منصوبہ بنانے، Reasoning کرنے میں مدد ملتی ہے اور آزادی سے کام کرنے کی ترغیب بھی ملتی ہے

☆ یہ طریقہ علم کا صحیح استعمال اور تجربے کو استعمال کرنے کی سمجھ دیتا ہے۔

☆ یہ طلبہ کو سوچنے پر آمادہ کرتا ہے۔

☆ طلبہ نئے حالات میں کس طرح عمل کریں یہ بھی تعین کرتا ہے۔

☆ یہ طلباء میں اجتماعی سرگرمی کو فروغ دیتا ہے۔

☆ تجویز کی تصدیق کرنے میں مدد کرتا ہے۔

☆ یہ طریقہ کر کے سیکھنے پڑھنے ہے۔

☆ یہ صبر، مل جل کر کام کرنے اور خود اعتمادی جیسی صفات کا فروغ کرتا ہے۔

حل مسئلہ طریقہ کی خامیاں: (Demerits)

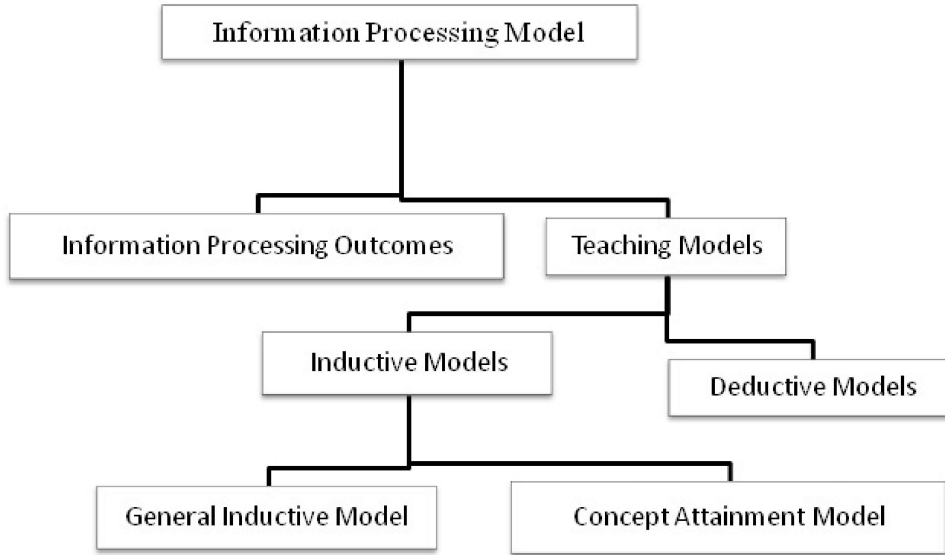
- ☆ یہ چھوٹی جماعت کے لئے موزوں طریقہ نہیں ہے۔ کیونکہ چھوٹی جماعت کے طلبہ میں سابقہ معلومات (previous knowledge) کی کمی ہوتی ہے۔
- ☆ اس طریقے میں بہت زیادہ وقت درکار ہوتا ہے۔
- ☆ یہ طریقہ کو follow کرنے کے لئے ذمہ دار معلم کی ضرورت ہوتی ہے۔
- ☆ اگر طلبہ کے اندر تحریک یا دلچسپی کی کمی رہی تو اس طریقے کے ذریعہ وہ زیادہ فائدہ حاصل نہیں کر سکتے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- حل مسئلہ کا طریقہ Problem Solving Method کسے کہتے ہیں۔
- 2- حل مسئلہ کے طریقے کی دو خوبیاں بیان کیجیے۔
- 3- حل مسئلہ کے طریقے کے مراحل Steps کون سے ہیں۔
- 3.5 جیروم برونز کا تصور کے حاصل کرنے والا ماڈل اور علم ریاضی کی تدریس میں اس کی تکمیل پذیری (Jerome Bruner Concept Attainment Model of Mathematics and its application in Teaching)

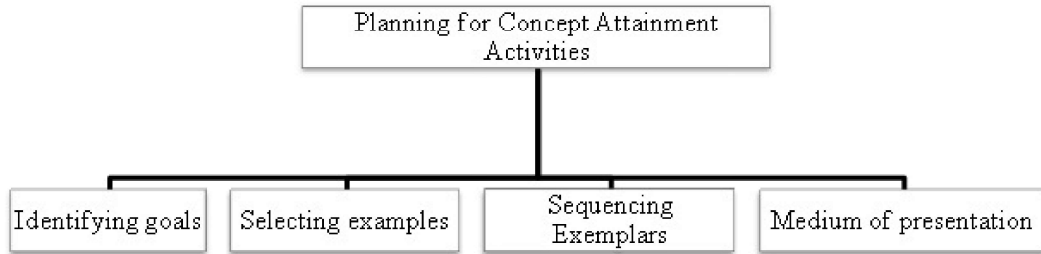
Concept Attainment Model درحقیقت 1972 (Joyce & Bruner) کے ذریعہ تیار کیا گیا تھا۔ جو (Jerome Bruner 1956) کے تحقیق پر مبنی تھا۔

ریاضی وہ عمل (Process) ہے جس میں events کو کئی مراحل میں تقسیم کر دیا جاتا ہے۔
CAM طلباء کو کسی بھی کام کرنے کا ایک منصوبہ بند طریقہ اور سلسلے وار موقع فراہم کرتا ہے جس طرح سائنس داں کسی بھی کام کو انجام دیتے ہیں۔
CAM ایک استقرائی ماڈل ہے جسے تصور کی تدریس کے لئے تیار کیا گیا ہے۔



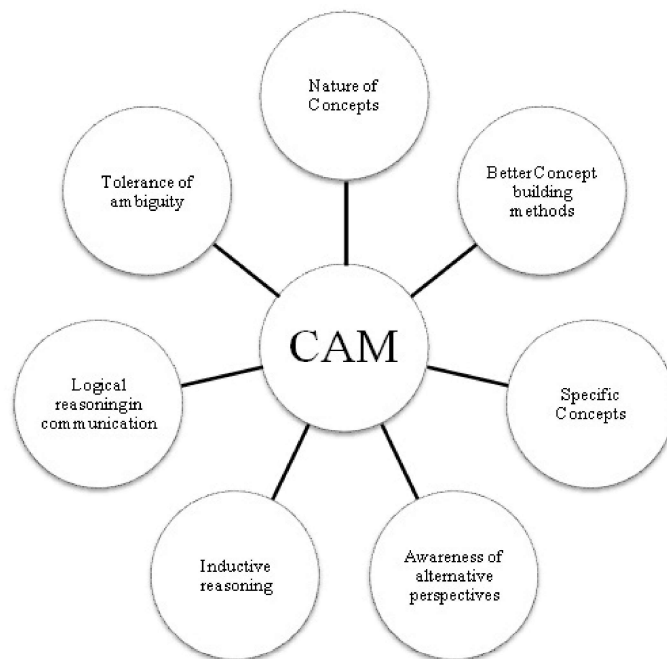
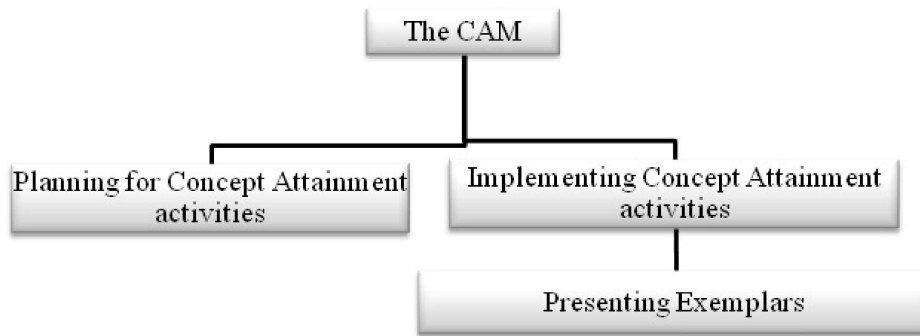
تصویر
CAM
جس میں معلم طلباء کو مثال اور دوسرے ذرائع کے ذریعہ تصور کو سمجھائیں گے۔

منصوبہ بند طریقے سے تصور کی تکمیل پذیری کرنا: (Planning of Concept Attainment Activity) معلم کو کسی خاص تصور کی تدریس سے پہلے موزوں مثالیں تیار رکھنا چاہئے جیسے۔ مندرجہ ذیل طریقے کے ذریعہ ظاہر کیا جاتا ہے۔



Implimenting Concept Attainment Activities

C.A.A. کے لئے ضروری سامان یا آلات



اسکے کام۔۔

- ☆ معلم کسی تصور کے لئے مثالیں examples کو پیش کرتا ہے۔
- ☆ معلم کو وقت دینا چاہئے تاکہ طلبہ اپنے خیالات کو پیش کر سکیں۔
- ☆ معلم کو جو صلے کے ساتھ کام لینا ہوگا، اگر طلبہ پہلا مفروضہ غلط کر دیتے ہیں پھر بھی معلم کو Interrupt نہیں کرنا چاہئے۔
- ☆ اپنے طلباء کو گروپ کی شکل دینا۔
- ☆ طلبہ میں مسابقت سوچ develop کرنا۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1 Concept Attainment Model سے کیا مراد ہے؟
- 2 CCA ماڈل کے لیے ضروری سامان / آلات کون سے ہیں؟
- 3 CCA ماڈل میں معلم کا کردار بیان کیجیے۔

3.8 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)

تدریس ریاضی میں مختلف ریاضیاتی تصورات (Mathematical Concepts) کو بالکل صحیح طریقے سے طلبہ کو سمجھانا ایک بڑا چیلنج ہوتا ہے۔ اس کے لئے سب سے پہلے یہ ضروری ہے کہ خود معلم، ان تصورات کو اچھی طرح سمجھ لے۔ بالخصوص وہ عنوانات جو، ثانوی اسکولوں کی ریاضی کی کتابوں میں شامل ہیں ان کا بہت ہی گہرائی کو ساتھ مطالعہ کیا جانا چاہئے۔

تدریس ریاضی کے لئے (Chalk & Talk Method) کو حرف آخر، سمجھتے ہوئے معلم نے ماہرین کے ذریعہ پیش کردہ مختلف طریقہ ہائے تدریس (Methods of Teaching) جیسے استقرائی طریقہ، استخراجی طریقہ، استقرائی و استخراجی طریقہ، تخلیقی ترکیبی طریقہ، تجربہ گاہی طریقہ، منصوبائی طریقہ، وغیرہ کو بھی حسب ضرورت استعمال کرنا چاہیے۔

چونکہ ہر طریقے کی اپنی خوبیاں اور خامیاں ہیں اس لئے معلم کو چاہئے کہ ان معیاری طریقوں سے رہنمائی حاصل کرتے ہوئے اپنے طلبہ کی دلچسپی، عمر، سابقہ معلومات اور ضرورت وغیرہ کا لحاظ کرتے ہوئے نیز عنوان کے تقاضوں اور خود اپنی صلاحیتوں کو مدنظر رکھتے ہوئے ایسا طریقہ تدریس اختیار کرے کہ چلبہ آسانی کے ساتھ سیکھ سکیں۔

ریاضی تدریس کے تناظر میں Concept Attainment Model کو ذہن نشین رکھتے ہوئے بہتر منصوبہ بندی کی جانی چاہئے۔

3.9 فرہنگ: (Glossary)

Parallel =	متوازی
Perpendicular =	عمودی
Polygon =	کشید قزاق
Probability =	امکان
Spatial Relation =	مقامی تعلقات

Statistic =	اعداد و شمار
Strategy =	حکمت عملی
Trigonometry =	علم مثلث

3.10 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)

طویل جوابی سوالات:

- 1- تدریس تصورات میں اقدامات کے بارے میں بتائیے۔
- 2- تصور کی تعریف لکھئے اور اسکی اقسام بیان کیجئے۔
- 3- CAM کیا ہے؟ ریاضی کی تدریس میں کس طرح سے اطلاق کر سکتے ہیں؟
- 4- پروجیکٹ طریقہ کار اور عمل پر مبنی درس (Activity Based Teaching) کو مثالوں کے ذریعے سمجھائیے۔

مختصر جوابی سوالات:

- 5- پروجیکٹ طریقہ کار کیا ہے؟
- 6- استقرائی اور استخراجی طریقوں میں فرق واضح کیجئے۔
- 7- تجزیاتی (Analytic) اور ترکیبی (Synthetic) طریقہ میں فرق واضح کیجئے۔
- 8- انکشافی طریقہ کی خوبیاں اور خامیاں بیان کیجئے۔

معروضی سوالات:

- 9- "تصور بچوں کا اندرونی ذہنی کردار اور تاثر ہے۔" کس نے کہا؟
- 10- تشکیلی تصور کیا ہے؟
- 11- استحصالی تصور کیا ہے؟
- 12- ریاضی کی کس شاخ میں زاویہ کے درمیان رشتوں اور تعلقات کا مظاہرہ کرتے ہیں؟
- 13- پراجیکٹ کا لفظ سب سے پہلے کس ماہر تعلیم نے استعمال کیا؟

3.11 سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)

Aggarwal, S.M. : Teaching of Modern Mathematics

Ayengar, N.K : The Teaching of mathematics in New Education

Kumar, K.L. (2001) Educational Technology. New Delhi: -New Age International Publishing Srinivasan,

P.K. (2010) Resource Material for Mathematics Club Actirarue.

Pedagogy of Mathematics, (2016). Volume I & II, Neel Kamal Pvt. Ltd, Hyderabad

اکائی-4 ریاضی کی درس و تدریس کے لئے منصوبہ بندی (Planning for Teaching-Learning Mathematics)

	تمہید: (Introduction)	4.1	ساخت
	مقاصد: (Objectives)	4.2	
	خورد تدریس: (Microteaching)	4.3	
	تصور، تعریف، اجزاء، تدریس سائیکل، خوبیاں اور خامیاں		
(Microteaching: Concept, Definition, Microteaching cycle, components of Microteaching,			
	Merits & demerits)		
	خورد تدریس کا تصور	4.3.1	
	اجزاء	4.3.2	
	خورد تدریس سائیکل	4.3.3	
	خورد تدریس کی خوبیاں اور خامیاں	4.3.4	
	خورد تدریس کی مہارتیں: (Microteaching Skills)	4.4	
	سبق کا تعارف، تصور کی وضاحت کرنا، محرکات کی تبدیلی، مثالیں پیش کرنا، سوالات پوچھنا، تقویت عطا کرنا،		
(Introducing a lesson, Explaining a Concept, Stimulus Variation, Illustrating with Examples, Probing			
Questioning, Reinforcement, Structuring Classroom Questions, and Blackboard Writing)			
	تدریسی ہدایات کی منصوبہ بندی: (Planning of Instruction)	4.5	
	اکائی منصوبہ بندی، بلوم درجہ بندی پر مبنی منصوبہ سبق		
(Unit Plan, Period Plan based on Bloom's Taxonomy & Academic Standards -CCE)			
	تکنالوجی ضم تدریس: (Technology Integrated Lesson)	4.6	
	یاد رکھنے کے نکات (Points to Remember)	4.7	
	فرہنگ (Glossary)	4.8	
	اکائی کے اختتام کیسرگرمیاں (Unit End Activities)	4.9	
	سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)	4.10	

4.1 تمہید: (Introduction)

ہر پیشے کا ہنر ہوا کرتا ہے۔ تدریس کا پیشہ ایک اہم پیشہ ہے جو قوموں کے مستقبل کا ضامن ہوا کرتا ہے۔ کسی بھی مضمون کی تدریس کو موثر بنانے کے لئے ضروری ہے کہ اساتذہ تدریس کی مہارت سے واقف اور آراستہ ہونا چاہئے۔ دوران تربیت اساتذہ کو ان مہارتوں کی مشق کرنی چاہیے۔ تدریس کی مہارت کے علاوہ تدریس کی منصوبہ بندی بھی انتہائی اہم امر ہے۔ آج درس و تدریس کا عمل روز بروز ایجاد ہونے والی ٹکنالوجی سے متاثر ہو رہا ہے۔ ان نئے حالات کے تقاضوں کے مطابق تدریس کو منظم کرنے کی ضرورت ہے۔ موجودہ اکائی تدریس کی منصوبہ بندی پر مشتمل ہے۔

4.2 مقاصد: (Objectives)

- ☆ اس اکائی کے مطالعے کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ۔
- ☆ خورد تدریس کی خصوصیات بیان کر سکیں۔
- ☆ خورد تدریس کی مہارت کے اجزاء کی خصوصیات بیان کر سکیں۔
- ☆ تدریسی ہدایات کی منصوبہ بندی کے مختلف اقسام کا موازنہ کر سکیں۔
- ☆ ٹکنالوجی ضم تدریس (Technology Integrated Teaching) کے منصوبہ کی خصوصیات بیان کر سکیں۔

4.3 خورد تدریس: (MicroTeaching)

تصور، تعریف، اجزاء، تدریس سائیکل، خوبیاں اور خامیاں

(Microteaching: Concept, Definition, Microteaching cycle, components of Microteaching, Merits & demerits)

کسی بھی مضمون کی تدریس کو موثر بنانے کے لیے ضروری ہے کہ اساتذہ تدریس کے ہنر سے آراستہ ہوں۔ دوران تدریس کچھ مخصوص تدریسی مہارتوں کی اگر مشق کی جائیں تو ریاضی کی تدریس موثر ثابت ہوگی کیوں کہ زیر تربیت اساتذہ ان مخصوص مہارتوں سے صرف واقف ہی نہیں بلکہ ان کی مشق کر کے اپنے تدریسی عمل کو مزید بہتر بنا سکتے ہیں۔ چونکہ ایک مخصوص مہارت پر مرکوز ہو کر مشق کرنے کے لیے ایک آئیڈیل (Ideal) کمرہ جماعت اور ماحول کی ضرورت پڑتی ہے۔ اس لیے تدریسی حالات کو وقت، عنوان، مواد اور طلباء کی تعداد میں تخفیف (Scale down) کر کے تدریسی مہارتوں کی مشق کی جاسکتی ہے۔ انھیں نکات کو سامنے رکھتے ہوئے ماہرین نے خورد تدریس کا تصور پیش کیا۔ خورد تدریس کا رسمی طور پر آغاز سب سے پہلے امریکہ کی اسٹینڈ فورڈ یونیورسٹی میں 1963ء میں کیا گیا ہے۔ اس کے آغاز کرنے والوں میں Mc, Doland اور Bush, D.W. Allen کا نام سرفہرست آتا ہے۔ اس ایجاد کا خاص مقصد تھا تعلیم اساتذہ کے پروگرام کو بہتر بنانا۔ ہندوستان میں 1967ء میں خورد تدریس کو اپنایا گیا۔ خصوصاً ہندوستانی تدریسی ماحول اور حالات میں خورد تدریس کی مہارتوں پر پروجیکٹ کے ذریعہ تحقیق کی گئی۔ بعد میں اس کو اساتذہ کی تعلیم و تربیت کے پروگراموں میں شامل کر لیا گیا۔

4.3.1 خورد تدریس کا تصور: (Concept of Microteaching)

خورد تدریس ایک حکمت عملی ہے جس کے ذریعہ زیر تربیت اساتذہ میں تدریس کی مہارتوں کو پروان چڑھایا جاتا ہے۔ اس غلط فہمی سے دور رہنا

چاہیے کہ یہ اصل تدریس ہے۔ اس میں 5-10 منٹ کے وقفہ 5-10 سے طلباء اور ایک مختصر مواد کی تدریسی ایک مخصوص تدریس مہارت کے ذریعہ کی جاتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ خورد تدریس کو تخفیف شدہ (Scale down) تدریس کہا جاتا ہے۔ خلاصہ کلام یہ کہ اس تربیت کی حکمت عملی میں مندرجہ ذیل نکات کی تخفیف کی جاتی ہے۔

1. کلاس کا دورانیہ (Duration)

2. کلاس سائز (Class Size)

3. سبق کی طوالت (Length of lesson)

4. تدریسی پیچیدگی (Teaching Complexity)

چونکہ خورد تدریس میں تدریسی مہارت کو مرکزی حیثیت حاصل ہوتی ہے اس لیے تدریس کی پیچیدگی کم رکھی جاتی ہے۔ زیادہ پیچیدہ تدریس سے پرہیز کیا جاتا ہے۔ اس میں ایک وقت میں صرف ایک مہارت پر خصوصی توجہ دی جاتی ہے۔

4.3.2 خورد تدریس کے اجزاء: (Components of Microteaching)

خورد تدریس کے تین مخصوص اجزاء ہوتے ہیں۔

1. زیر تربیت اساتذہ:

خورد تدریس کے ذریعہ بالخصوص زیر تربیت اساتذہ میں تدریس کی مہارتوں کو پروان چڑھایا جاتا ہے۔ ان لوگوں کو تدریس کی مہارتوں کی مشق کرنے میں شامل کیا جاتا ہے۔ یہ دو طرح سے خورد تدریس کے عمل میں حصہ لے سکتے ہیں۔

الف۔ مشاق کے طور پر

ب۔ فرضی طلباء کے طور پر

ایک زیر تربیت استاد تدریسی مہارتوں کی مشق اپنے ہم جماعت ساتھیوں پر مشتمل فرضی کمرہ جماعت میں کر سکتا ہے یا پھر اصل طلباء کی چھوٹی تعداد کے ساتھ مشق کر سکتا ہے۔

2. بازرسائی (فیڈ بیک) آلات:

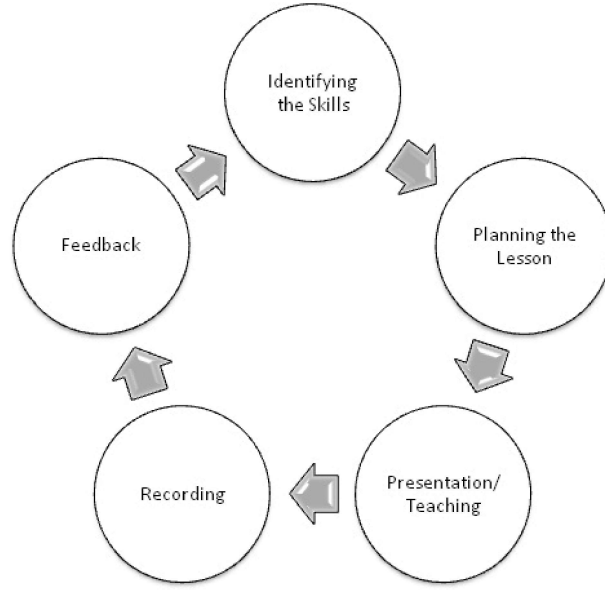
اس کے ذریعہ زیر تربیت استاد اپنی مشق کا تعین قدر کر سکتا ہے خصوصاً تشکیلی تعین قدر۔ تاکہ وہ مزید مشق کر کے۔ فیڈ بیک کے ذریعہ اپنی تدریسی پیشکش کو ویڈیو گرافی کے ذریعہ ریکارڈ کرتا ہے اور اس ریکارڈ کو پلے کر کے اپنی تدریس کے مثبت اور منفی پہلو کی پہچان کرتا ہے۔

3. مہارت (Skill):

خورد تدریس کا تیسرا جڑ ہے تدریس کی مہارت اس سے مراد اساتذہ کے برتاؤ کا وہ سیٹ جس کے ذریعہ طلباء میں مطلوبہ تبدیلی مؤثر طریقے سے لائی جاسکے۔ مثال کے طور پر تشریح یا وضاحت، تختہ سیاہ کا کام، سوالات پوچھنا وغیرہ۔

4.3.3 خورد تدریس گردش: (Cycle of Microteaching)

خورد تدریس کا عمل ایک سائیکل کی شکل میں کیا جاتا ہے۔ اس چکر میں تدریسی مہارت کی پہچان تدریس کے لیے منصوبہ، تدریسی سیشن، تدریس کی ریکارڈنگ اور فیڈ بیک کے ذریعہ تجربہ کا عمل شامل ہوتے ہیں۔ اس سائیکل کو مندرجہ ذیل تصویر سے سمجھا جاسکتا ہے۔



اول عمل میں 1,2,3,4,5 سبھی کے لیے جاتے ہیں اس کے 2,3,4,5 کا عمل بدستور جاری رکھا جاتا ہے جب تک مخصوص مہارت ایک مناسب سطح تک معلم طلباء کے برتاؤ میں ظاہر نہیں ہونے لگتی ہے۔

4.3.4 خورد تدریس کی خوبیاں اور خامیاں:

چونکہ خورد تدریس تربیت کی ایک حتمی (Ultimate) حکمت عملی نہیں۔ اس لیے اس کی کچھ خوبیاں ہیں اور کچھ خامیاں بھی اس میں پنہاں ہیں۔

خورد تدریس کی خوبیاں:

یہ ایک منظم اور رسمی طریقہ تربیت ہے۔ اس میں تربیت دہندہ اور زیر تربیت اساتذہ انتہائی منظم طریقہ سے ہر ایک تدریسی مہارت کی مشق کرواتے اور کرتے ہیں۔ مشاق کو اپنے تدریسی عمل کے مستند شواہد حاصل ہوتے ہیں۔ وہ اپنی مشق کو بار بار ریکارڈنگ کے مد سے دیکھ سکتا ہے خورد تدریس میں اساتذہ کے کمزور اور منفی پہلو کا فیڈ بیک فوری ملتا ہے۔ جس کی روشنی میں وہ اپنی پیش کش کو دوبارہ بہتر طریقہ سے منظم کرتا ہے۔ اس تکنیک میں فوکس لرننگ ہوتی ہے۔ اساتذہ کی مہارت کی بار بار مشق کرتا ہے زیر تربیت اساتذہ مختلف تدریسی مہارتوں سے واقف ہو جاتے ہیں اور ساتھ ہی ساتھ ان مہارتوں کو اپنی اصل تدریس کے عمل میں استعمال کرنے کے قابل بن جاتے ہیں۔

خورد تدریس کی خامیاں:

خورد تدریس کے لیے انتہائی تربیت یافتہ اور تجربہ کار تربیت دہندہ کا ہونا ضروری ہے جو ہر جگہ دستیاب نہیں ہوتے ہیں۔ چونکہ چھوٹے سائز کے کمرہ جماعت یعنی 10-5 طلباء کو درس دینے میں زیر تربیت اساتذہ کی دلچسپی کم رہنے کے خدشات بنے رہتے ہیں۔ اس کی تربیت کے لیے بہت زیادہ وقت کی ضرورت پڑتی ہے۔ ایک زیر تربیت معلم کو 35 منٹ چاہیے۔ اگر 50 افراد ہیں ان کے مطابق بہت وقت درکار ہے۔ باوجود کہ اس میں کمرہ جماعت کی ساری شرائط پوری کی جاتی ہیں پھر بھی اصل کمرہ جماعت سے مختلف ہو جاتا ہے۔ اس کی مشق سے استاد چھوٹے کمرہ جماعت کو درس دینے کا عادی ہو سکتا ہے۔ حالانکہ بڑے کمرہ جماعت کی نزاکتیں مختلف ہوا کرتی ہیں۔ انسان کی کوئی بھی کوشش ایک طرف نہیں ہو سکتی خصوصاً تدریس کا عمل۔ اس میں کئی مہارتوں کو بیک وقت استعمال کرنے کی ضرورت پڑتی ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- خوردتدریس کیا ہے؟
- 2- خوردتدریس میں کن نکات کی تخصیص کی جاتی ہے؟
- 3- خوردتدریس کے تین اجزاء کون کون سے ہیں؟
- 4- خوردتدریسی گردش میں شامل 5 چیزیں بیان کیجیے۔
- 5- خوردتدریس کی دو خوبیاں بیان کیجیے۔

4.4 خوردتدریس کی مہارتیں: (Microteaching Skill)

سبق کا تعارف، تصور کی وضاحت کرنا، محرکات کی تبدیلی، مثالیں پیش کرنا، سوالات پوچھنا، تقویت عطا کرنا،

(Introducing a lesson, Explaining a concept, Stimulus variation, Illustrating with examples, Probing Questioning, Reinforcement, Structuring Classroom Questions, and Blackboard Writing)

مختلف تدریسی مہارتوں کی مشق کی جاتی ہے تاکہ اساتذہ کے برتاؤ میں یہ مہارت ظاہر ہو۔ ان مہارتوں کی مدد سے اساتذہ اپنی اصل تدریس کو مزید مؤثر بنانے کی کوشش کرتے ہیں۔ یوں تو تدریس کی بہت ساری مہارتیں ہیں۔ مختلف ماہرین درسیات نے مختلف تعداد بتائی ہیں۔ عمومی طور پر 10-15 مہارتوں پر خصوصی زور دیا جاتا ہے۔ ان مندرجہ ذیل مہارتوں کے بارے میں ہم سیکھیں گے۔

1. سبق کا تعارف کرنا
2. کسی تصور کی وضاحت
3. محرکات کی تبدیلی
4. مثالیں پیش کرنا
5. سوالات پوچھنا
6. تقویت دینا
7. کمرہ جماعت کے سوالات بنانا
8. تختہ سیاہ کا کام

یہ آٹھ مہارتیں تقریباً علم ریاضی اور دیگر مضامین کی تدریس میں استعمال کی جاتی ہیں۔ اساتذہ کو ان مہارتوں سے آراستہ ہونے کی ضرورت ہوتی ہے۔

4.4.1 سبق کا تعارف پیش کرنے کی مہارت:

کمرہ جماعت میں کسی سبق کا درس دینے پہلے استاد کو چاہیے کہ اس کا تعارف انتہائی مدلل انداز میں اور تسلسل کے ساتھ پیش کرے طلباء کو خوب اچھی طرح واقف کرایا جانا چاہیے کہ وہ آج کیا سیکھیں گے۔ اس واقفیت سے ان میں تحریک اور تجسس پیدا ہوتا ہے۔ طلباء کی توجہ مرکوز ہوتی ہے اور وہ سیکھنے کو آمادہ ہو جاتے ہیں۔ ان کی سابقہ معلومات کو مربوط کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ اس مہارت کے کئی اجزاء ہیں جو مندرجہ ذیل ہیں۔

1. طلباء کی توجہ حاصل کرنا

2. طلبا کو متحرک کرنا
3. طلبا کی سابقہ معلومات سے نئے سبق کے ساتھ مربوط کرنا
4. سبق کی ساخت واضح کرنا

4.4.2 کسی تصور کی وضاحت:

تدریس کے دوران مواد میں بہت سارے تصورات کا فہم کرایا جاتا ہے۔ کبھی کبھی کچھ تصور طلبا کے لیے بالکل نئے اور کبھی مشکل ہوتے ہیں ایسے تصورات کی وضاحت کی ضرورت پڑتی ہے۔ مناسب وضاحت کی مدد سے مناسب اور حسب ضرورت آموزش کرائی جاسکتی ہے۔ اس کی مہارت کے ذریعہ طلبا میں تفہیم اور اعلیٰ درجہ کے سوچنے کی صلاحیت پیدا کی جاسکتی ہے۔ ایک مؤثر استاد میں یہ مہارت موجود ہونا لازمی عنصر ہے۔ اس کی مدد سے زیر تربیت معلم کی دلچسپی اور تعمیری صلاحیت کو فروغ ملتا ہے۔ اس مہارت کے مندرجہ ذیل اجزاء ہوتے ہیں۔

1. تصور کی وضاحت
2. وضاحت میں روانی
3. طلبا کی تفہیم کا تعین
4. منظم طریقے سے دوہرانا
5. خاص نکات کا خلاصہ بیان کرنا
6. طلبا کی سابقہ معلومات سے ربط کرنا

4.4.3 مہیج محرکات کی تبدیلی کی مہارت:

کمرہ جماعت میں استاد کے یکساں برتاؤ سے طلبا میں بوریٹ پیدا ہوتی ہے۔ نتیجتاً طلبا کی دلچسپی کم ہونے لگتی ہے۔ کبھی کبھی تو طلبا کمرہ جماعت میں اونگھنے لگتے ہیں۔ اس لیے استاد کو چاہیے کہ وہ حسب ضرورت کمرہ جماعت میں مختلف مہیج محرکات کا استعمال کر کے ماحول میں تنوع (Variety) کو برقرار رکھے۔ یہ محرکات مختلف شکلوں میں ہو سکتے ہیں۔ استاد اپنی وضع قطع سے حرکت سے، سکوں سے، لفظی اور غیر لفظی اشاروں سے تدریسی معاون اشیاء کی مدد سے محرکات میں تبدیلی لاسکتا ہے۔ مختلف محرکات کے استعمال کا ایک بڑا فائدہ یہ ہے کہ طلبا کے مختلف حواس خمسہ متحرک ہوتے ہیں۔ اس سے ان کی نفسی حرکی مہارتیں ترقی پاتی رہتی ہیں۔ اس مہارت کے مندرجہ ذیل اجزاء ہیں۔

1. استاد کی حرکت
2. اعضاء کی حرکت
3. باہمی تعامل کی نوعیت
4. تقریر کی نوعیت
5. منتقل حس
6. طلبا کی سرگرمی

4.4.4 مثالیں پیش کرنا:

مثالوں کے ذریعہ استاد طلبا کی آموزش کی مزید توسیع عطا کرتا ہے۔ طلبا کی آموزش مثالوں سے مربوط ہو جاتی ہے جس کی مدد سے طلبا میں انضامی صلاحیت پیدا کرنا آسان ہو جاتا ہے۔ مشکل تصورات کو مختلف مثالوں سے سکھایا جاتا ہے۔ اس کے مندرجہ ذیل اجزاء ہیں۔

1. موزوں مثالیں
2. آسان مثالیں
3. مثال کی دلچسپی کی نوعیت
4. مناسب وسیلہ کا استعمال
5. طرز رسائی (Approach) کی مناسبت

4.4.5 سوالات پوچھنے کی مہارت:

طلبا کی توجہ حاصل کرنے ان کی سابقہ معلومات کی جانچ کرنے، ان کی ذہنی سطح معلوم کرنے اور ان کے آموزش کا تعین کرنے کے لیے مناسب سوالات ان سے پوچھے جاتے ہیں۔ سوالات کے ذریعہ طلبہ میں تحریک اور تجسس بھی پیدا ہوتا ہے۔ اس کے ذریعہ طلبا میں مدلل سوچ کی صلاحیت پیدا کی جاسکتی ہے۔ یہ تدریس کا ایک اہم حصہ ہوتا ہے تدریس کے نتیوں مراحل میں اس کا استعمال کیا جاتا ہے یعنی قبل درمیان اور بعد تدریس۔

سوالات پوچھنے کی مہارت کے اجزاء مندرجہ ذیل ہیں۔

1. جملہ بندی (Sentence Construction)
2. مرکوز سوالات
3. تقسیم (Distribution of Question)
4. آمادگی سطح کے سوالات
5. مختلف سطح کے سوالات (Different level of Question)
6. سوالات میں تنوع (variety in Question)

4.4.6 تقویت عطا کرنا:

ماہرین نفسیات کے مطابق آموزش کے عمل میں تقویت ایک اہم رول ادا کرتی ہے۔ طلبا متحرک رہتے ہیں کمرہ جماعت میں دلچسپی لیتے ہیں اور مزید سیکھنے کے لئے کوشاں رہے ہیں تقویت کے ذریعہ آموزش کو پائیدار بنایا جاسکتا ہے۔ اس کے برعکس تقویت کی عدم موجودگی میں درس و تدریس کا عمل خاطر خواہ موثر نہیں ہو پاتا ہے۔ طلبا دلچسپی کم لیتے ہیں۔ کمرہ جماعت سے قطع تعلق کا رجحان طلبا میں بڑھنے لگتا ہے۔ تقویت لفظی اور غیر لفظی قسم کی ہوتی ہے۔ استاد کمرہ جماعت میں لفظوں مثلاً شاباش، بہت اچھا، کیا خوب، جیسے الفاظ استعمال کرتا ہے۔ وہ اگر اپنی وضع قطع کے ذریعہ مسکرا کر، غصے کا چہرہ بنا کر طلبہ کے برتاؤ پر رد عمل ظاہر کرتا ہے۔ ایسے عمل کو غیر لفظی تقویت عطاء کرنا کہلاتا ہے۔

تدریس کا عمل ایک مہارت پر مشتمل نہیں ہوتا بلکہ اس میں بہ یک وقت ایک سے زیادہ مہارتوں کی ضرورت پڑتی ہے۔ اس کے لیے سبھی درکار

مہارتوں کو ایک ساتھ شامل کرنے کی ضرورت ہے۔ اجتماعی تدریس (Team Teaching) کا موقع اس میں دستیاب نہیں ہوتا۔ ایک وقت میں ایک استاد ایک ہی مہارت کی مشق کر سکتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- خورد تدریس کے ذریعہ سیکھائی جانے والی کسی دو مہارتوں کے نام بتائیے۔
- 2- مثالیں پیش کرنے کی مہارت کے اجزاء بیان کیجیے۔
- 3- دوران تدریس طلباء سے سوالات کیوں پوچھے جانے چاہیے۔

4.5 تدریسی ہدایات کی منصوبہ بندی: (Planning of Instruction)

اکائی منصوبہ بندی، بلوم درجہ بندی پر مبنی منصوبہ بندی

(Unit Plan, Period Plan based on Bloom's Taxonomy & Academic Standards -CCE)

4.5.1 اکائی منصوبہ بندی:

تدریس کا عمل ایک منظم عمل ہے۔ جس میں استاد، طلبہ اور سماج کے وسائل و توانائی خرچ ہوتی ہے۔ اس لئے ضروری ہے کہ تدریس کی سرگرمیوں کے ذریعہ زیادہ سے زیادہ استفادہ کیا جائے۔ طلباء کی آموزش بہتر ہو جائے۔ اسکے لئے ضروری ہے کہ تدریسی ہدایات کو منصوبہ بند طریقہ سے بروئے کار لایا جائے۔ منصوبہ کے ذریعہ ہم فراہم وسائل کا بھرپور استعمال تدریسی مقاصد کے حصول میں کر سکتے ہیں۔ چونکہ پورا مضمون کئی مدلل حصوں میں بننا ہوا ہوتا ہے۔ ہر ایک حصہ کسی مخصوص مواد اور تصور کے ارد گرد مرکوز ہوتا ہے۔ ایسے ہر ایک حصے کو اکائی کے طور پر منسوب کیا جاتا ہے۔

اکائی منصوبہ بندی اور اسکے مقاصد:

ایک اکائی میں کئی عنوان اور ذیلی عنوان ہو سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر علم ریاضی کا مضمون جیومیٹری، علم حساب، علم مثلث، شماریات وغیرہ اکائیوں میں بننا ہوا ہو سکتا ہے۔ اب ہر ایک اکائی میں کئی عنوان اور ذیلی عنوان ہو سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر اکائی علم ہندسہ (جیومیٹری) کے عنوان

- 1- مثلث کی خوبیاں
- 2- مثلث کے اقسام
- 3- چار ضلعی کی خصوصیات
- 4- چار ضلعی کے اقسام وغیرہ

تدریس کے لئے اکائی منصوبہ بندی:

تدریس کے منصوبہ میں ہر ایک اکائی کا منصوبہ بھی تیار کیا جاتا ہے۔ اسکے ذریعہ استاد کو تدریسی مقاصد طے کرنے کے ساتھ موثر طریقہ سے مضمون کو منظم کرنے میں مدد ملتی ہے۔ منصوبہ بنانے کا ایک وسیع طرز ہوتا ہے۔ یہ ایک گھنٹہ یا ایک دن کے لئے منصوبہ نہیں ہوتا ہے بلکہ ہفتہ دو ہفتے کے وقفے کا ہو سکتا ہے۔ اکائی منصوبہ کے مندرجہ ذیل مقاصد ہیں۔

- 1- نئی سرگرمی یا تجربے کا افتتاح کرنا

- 2- منفرد ہدایات کے طریقوں کی پہچان کرنا
- 3- نصاب کے حد سے آگے طلبہ کے تجربہ کی توسیع کرنا
- 4- مستقبل کی ضرورتوں، مثلاً تدریس معاون اشیاء، تدریس کے طریقے، وغیرہ کی پیشن گوئی کرنا
- 5- ایک مخصوص اور کلیدی تصور کے ساتھ کمیونٹی کو جوڑنا

اکائی منصوبہ کے اجزاء:

اکائی منصوبہ کے معاملے میں ماہرین تعلیم و درسیات کے نزدیک کوئی اتفاقی یا مشترکہ نظریات نہیں ہیں۔ پھر بھی ایک مدرس کو اپنی ضرورت کے مطابق اکائی کے اجزاء طے کرنے چاہئے۔ ہم اکائی منصوبہ کے اہم اجزاء کو مندرجہ ذیل فہرست کے ذریعہ بیان کر سکتے ہیں۔

(الف) بنیادی معلومات

مضمون تدریس، عنوان، درجہ، تاریخ کی میعاد، کل اسباق کی تعداد، اور درکار وقت

(ب) تدریس کے وسائل

تدریسی اشیاء، کمیونٹی وسائل کی فہرست، جائے وقوع کا معائنہ کرنا کروانا

(ج) اسباق کے مقاصد

عمومی اور خصوصی مقاصد، مقاصد کو رویہ (Behaviour) کی اصطلاح میں بیان کرنا

(د) اکائی کی تعارف

(ه) اکائی کے اسباق کی تدریس کی طرز رسائی

تدریس کا طریقہ

نمایاں سرگرمی

منفرد ضرورت پورا کرنے کی حکمت عملی

(ف) اختتام

فیڈ بیک کے طریقے

تعیین قدر کا طریقہ

حوالہ جات

مندرجہ بالا اجزاء کو ملحوظ رکھتے ہوئے کسی مضمون کا اکائی منصوبہ بنایا جاسکتا ہے۔ نمونہ دیکھیں۔

اکائی کے مقاصد: اس اکائی کے سیکھنے کے بعد

درجہ: نہم

اکائی کا نام: مثلث

مضمون: علم ریاضی

آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ آپ۔

(i) مثلث کی خوبیوں کو بیان کر سکیں۔

(ii) مثلث کے مختلف اقسام کے درمیان فرق واضح کر سکیں۔

(iv) مثلث کے مختلف کلیات کو ثابت کر سکیں۔

منصوبہ کا خاکہ

اسباق کا سلسلہ S.No.	اکائی کے تصور (عنوان) Concepts (Topic)	ذیلی عنوان Sub Topic	سبق کے مقاصد Objectives of the lesson	طریقہ تدریس Method of Teaching	تدریس معاون اشیاء Teaching Aid	تعیین قدر کے طریقے Evaluation
1	مثلث کی خوبیاں	کوئی ذیلی عنوان نہیں				
2	مثلث کے مختلف اقسام	i- زاویہ کے مطابق مثلث کے اقسام ii- اضلاع کے مطابق مثلث کے اقسام				
3	مثلث کے مختلف کلیہ	i- مثلث کے زاویہ کے درمیان رشتہ ii- مثلث کے اضلاع کے درمیان رشتہ				

4.5.2 بلوم درجہ بندی پر مبنی منصوبہ بندی:

کسی ایک پیریڈ میں ایک مخصوص درجہ میں تدریس کے لئے بھی منصوبہ بنایا جاتا ہے۔ ایسی منصوبہ بندی اکائی منصوبہ سے مختلف ہوتی ہے۔ سبق کی منصوبہ بندی انتہائی مخصوص ہوا کرتی ہے چونکہ یہ ایک گھنٹی کی مدت 35-45 منٹ ہوا کرتی ہے اسلئے آہیں عنوان، ذیلی عنوان، مضمون، درجہ، طلبہ کی جماعت مخصوص ہوتی ہے۔ ریاضی کی تدریس میں منصوبہ سبق انتہائی اہمیت کا حامل ہے۔ طریقہ تدریس، تدریسی اشیاء اور مثالوں کا انتخاب، قبل از وقت کرنے سے تدریس صرف مکمل ہی نہیں بلکہ موثر بھی ہو جاتی ہے بلوم درجہ بندی کے مطابق طلبہ کی آموزش کو تین وسیع علاقوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ قوفی، تاثراتی، اور نفس حرکی علاقے۔ اگر ان کا لحاظ رکھ کر منصوبہ سبق تیار کیا جائے تو دوسری سبق کے تدریسی مقاصد، معلومات، تقسیم، اطلاق، تعین قدر، تجزیہ اور ترکیب کے زمرے میں بیان کیا جانا چاہیے جس کی تفصیل آپ نے اکائی دو میں پڑھی ہوگی ایسے منصوبہ سبق کا سیاق و سباق مندرجہ ذیل ہوتا ہے۔

(1) تخت سیاہ، درجہ، مضمون، عنوان، ذیلی عنوان، تارتخ پریڈ وغیرہ کی معلومات۔

(2) سبق کے خصوصی مقاصد، مختلف ماہرین اور مصنفین نے اسے مختلف اصطلاح کے ساتھ ذکر کیا ہے۔ مثلاً تدریسی مقاصد، برتاوی نتیجے، حتمی برتاؤ، وغیرہ اس کے ذیل میں استاد اپنی تدریس کے نتیجے میں طلبہ کے رویہ میں متوقع تبدیلی کو انکے برتاؤ کی اصطلاح میں بیان کرتا ہے۔ خصوصی مقاصد استاد کی کوششوں کو مخصوص بناتے ہیں اور انحراف سے روکتے ہیں۔ استاد کو ان مقاصد کا استحضار دوران تدریس برقرار ہونا چاہیے۔

- (3) سابقہ معلومات: منتخب عنوان/ذیلی عنوان کی تدریس میں معاون وہ معلومات جو بنیادی طور پر طلبہ کے علم میں ہونا لازمی ہوتا ہے کو سابقہ معلومات سے موسوم کیا جاتا ہے مثلاً ذیلی عنوان ”مثلت کی خصوصیات“ کے لئے سابقہ معلومات مثلث کی پہچان، اقسام زاویہ، خط مستقیم کی لمبائی کا اندازہ وغیرہ سابقہ معلومات کو بعض ماہرین ابتدائی برتاؤ (Entry Behavior) بھی کہتے ہیں۔ اس کی جانچ سبق کی تدریس سے قبل کی جاتی ہے۔
- (4) تدریسی امدادی وسائل: منصوبہ سبق میں تدریسی امدادی وسائل کا انتخاب تدریس کو مؤثر کرنے کی غرض سے کیا جاتا ہے اس کی تفصیل علیحدہ سے آپ اکائی 5 میں مطالعہ کریں گے۔
- (5) تعارفی گفتگو اور ارتقائی سوالات: سبق کا افتتاح طلبہ کی سابقہ معلومات کی جانچ اور ان کی روزانہ کی زندگی سے مربوط معلومات پر تبادلہ خیال سے ہونا چاہیے استاد کی کوشش ہوتی ہے کہ منتخب عنوان کو سیکھنے کے لئے طلبہ کو متحرک کرے اور ان میں تجسس پیدا کرے۔ نیچے کے درجہ میں استاد انتہائی آسان اور مانوس سوال پوچھے۔
- (6) پیش کش: اس حصے میں استاد منتخب عنوان کے مواد کو ترتیب سے طلبہ کو شامل کر کے کمرہ جماعت میں پیش کرتا ہے۔ اس کی کوشش طے شدہ خصوصی مقاصد کا حصول ہوتی ہے۔ اس حصے میں استعمال میں لائے جانے والے تدریسی امدادی وسائل تختہ سیاہ کا کام اور معلم اور طالب علم کی سرگرمی کا اطلاقی منصوبہ بیان کیا جاتا ہے۔ پیش کش میں طریقہ تدریس، مناسب مثالوں کا انعکاس ہونا چاہیے تاکہ استاد پہلے ہی سے ذہنی طور تیار ہو اور اپنی تدریس کے عمل کو مؤثر بنائے۔
- (7) اعادہ سبق: طے شدہ مقاصد کے مطابق مواد پیش کرنے کے بعد استاد کل مواد کا خلاصہ بیان کرتا ہے تاکہ طلبہ اپنی آموزش کا اعادہ کر سکیں۔ اس ذیل میں یہ بھی بیان کرنا چاہیے کہ طلبہ کی آموزش کی سطح کا اندازہ لگ سکے۔ اس کے لئے استاد تختہ سیاہ یا چارٹ پیپر پر سوالات لکھنے کا منصوبہ تیار کرتا ہے۔
- (8) گھر کا کام: آخر میں پڑھائے گئے عنوان سے اخذ کردہ طلبہ کو گھر کا کام دیا جاتا ہے تاکہ کمرہ جماعت کی آموزش کی مشق کر سکے۔ عموماً گھر کا کام خصوصی مقاصد کے مطابق ہونا چاہیے۔ ایک اچھے منصوبہ سبق میں نگران سے رائے لینے کی گنجائش ہونی چاہیے تاکہ ٹیچنگ پریکٹس کے دوران زیر تریبیت استاد اپنی کوششوں میں سدھار لاسکے۔
- اپنی معلومات کی جانچ:
- خالی جگہ میں مناسب الفاظ سے پر کیجیے۔
- 1- تدریس کا عمل ایک _____ عمل ہے۔
 - 2- تدریسی سبق کے حصے _____ میں معلم مواد کو ترتیب سے پیش کرتا ہے۔
 - 3- سبق کے جس مرحلے میں معلم سبق کا خلاصہ بیان کرتا ہے اسے _____ کہتے ہیں۔
 - 4- سبق سے متعلق گھر کے کام کا مقصد اکتساب کی _____ ہے۔

4.6 ٹکنالوجی ضم تدریس: (Technology Integrated Lesson)

درس تدریس میں مختلف اقسام کی ٹکنالوجی کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔ روز بروز سائنس و ٹکنالوجی کی ایجاد نے کمرہ جماعت کی سرگرمی کو بھی متاثر کیا ہے۔ خصوصاً معلوماتی اطلاعی ٹکنالوجی (انفارمیشن اینڈ کمیونیکیشن ٹکنالوجی، ICT) نے درس و تدریس کے عمل میں انقلاب پیدا کر دیا ہے۔ جس کی تفصیل آپ علیحدہ پرچہ B.Ed-103 میں کریں گے۔ اگر کوئی استاد اپنے درس و تدریس میں ٹکنالوجی کو استعمال کرتا ہے تو اس کے لئے منصوبہ سبق کو مزید باریکی سے تیار کرنا

چاہیے۔ چونکہ ٹکنالوجی میں خوبیاں اور خامیاں دونوں پنہاں ہوتی ہیں اس لئے استاد کو چاہیے کہ منصوبہ سبق اس طرح تیار کرے کہ طلبہ خوبیوں سے استفادہ کریں اور خامیوں سے بچیں۔ مواد مضمون تدریسیات کے اصول اور ٹکنالوجی کی خصوصیات تینوں کو ملحوظ رکھ کر منصوبہ سبق تیار ہونا چاہیے۔
ڈیجیٹل ٹکنالوجی کا استعمال کر کے تدریس کے لئے منصوبہ بندی:-

ڈیجیٹل ٹکنالوجی جس میں کمپیوٹر اور انٹرنیٹ سب سے زیادہ کلیدی رول کا استعمال درس و تدریس کے عمل میں کیا جاسکتا ہے۔ ایسے اسباق کو دو زمرے میں تقسیم کر سکتے ہیں۔ ایک آف لائن اور دوسرا آن لائن۔ دونوں زمروں میں جماعتی ترسیل کی زبردست صلاحیت موجود ہیں۔ اس لئے استاد کو دوران تدریس کافی محنت رہنے کی ضرورت رہتی ہے۔ ایسے اسباق میں استاد دو طرح کے طلباء سے رو برو ہوتا ہے۔
ایک سامنے اور دوسرے دور کے مقامات پر مقیم۔ اس لئے منصوبہ بناتے وقت دونوں اقسام کے طلباء کو پیش نظر رکھنا چاہیے۔ عام طور پر تعلیم میں استعمال ہونے والی ڈیجیٹل ٹکنالوجی کے ہارڈ ویئر اور سافٹ ویئر کی شکل میں مندرجہ ذیل اجزاء شامل کئے جاتے ہیں۔

H/W: ڈیسک ٹاپ لیپ ٹاپ - اسمارٹ موبائل فون -

ٹیب LCD پروجیکٹر وائٹ بورڈ آئیڈیو ویڈیو ریکارڈر

S/W: ورڈ پروسیسر پاور پوائنٹ اسپریڈ شیٹ

ویڈیو پلیئر ورچول لیپ

کے سافٹ ویئر۔ (مجاز تدریس سیمولیشن ٹیچنگ) انٹیمیشن ہائی اسپڈ انٹرنیٹ کنکشن LAN اور WAN کی فراہمی وغیرہ۔

ایسے اسباق میں کمرہ جماعت کے مناسب اور موافق میڈیا کا انتخاب بہت اہم ہو جاتا ہے۔ طلبہ کو کلاس ورک یا ہوم ورک آن لائن یا آف لائن دیا جاسکتا ہے۔ ان کے شکوک شبہات کی وضاحت بھی اسی وقت کی جاسکتی۔

ایسے اسباق کی کامیابی استاد اور طلبہ دونوں کی ICT مہارت پر منحصر کرتی ہے۔ ٹکنالوجی ضم سبق کا منصوبہ تیار کرتے وقت استاد کے ذہن میں یہ بات ہونی چاہیے کہ ٹکنالوجی کے پاس عام سوجھ بوجھ (کامن سنس) نہیں ہوتی ہے۔ اسے جو بھی ہدایت دی جائے گی وہ اس کے مطابق نفع انجام دے گی۔
اپنی معلومات کی جانچ:
خالی جگہیں مناسب الفاظ سے پر کیجیے۔

1- ڈیجیٹل ٹکنالوجی پر مبنی اسباق کے دو زمرے _____ اور _____ ہیں۔

2- ڈیجیٹل ٹکنالوجی پر مبنی اسباق کی کامیابی _____ مہارت پر منحصر کرتی ہے۔

3- درس و تدریس میں ٹکنالوجی کا استعمال کیا جائے تو اسے _____ تدریس کہتے ہیں۔

4.7 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)

خورد تدریس:-

یہ اساتذہ کو تربیت دینے کی حکمت عملی ہے جس میں اصل کمرہ جماعت کی تدریس میں تخفیف کر کے کسی ایک تدریسی مہارت کی مشق کی جاتی ہے۔

اکائی منصوبہ بندی:-

کسی ایک مضمون کو چند وسیع حصوں میں مدلل تقسیم کیا جاتا ہے ہر ایک حصے کو ایک اکائی کے طور پر تقسیم کیا جاتا ہے۔ اس اکائی کی تدریس کے لئے

جامع منصوبہ کو اکائی منصوبہ کہتے ہیں۔

منصوبہ سبق:-

ایک اکائی کو کئی چھوٹی اکائیوں میں بانٹ کر ایک پیریڈ میں تدریس کی جاسکے ایک سبق کہلاتا ہے اور اس کی منصوبہ بندی پیشگی کی جاتی ہے۔
تدریس کی مہارتیں:-
تدریس کی کئی مہارتیں ہیں جن میں محرکات کی تبدیلی، سوالات پوچھنے، تقویت عطا کرنے، مثالیں پیش کرنے وغیرہ معروف مہارتیں ہیں۔

4.8 فرہنگ: (Glossary)

Micro Teaching	خورد تدریس
Stimulus Various Skill	مہج / محرکات کی تبدیلی
Reinforcement Skill	تقویت عطا کرنے کی مہارت
Unit Planning	اکائی منصوبہ بندی
Lesson Plan	منصوبہ سبق
Technology Integrated Teaching	تکنالوجی ضم تدریس

4.9 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)

طویل جوابی سوالات:

- (1) خورد تدریس کی خصوصیات بیان کریں
- (2) خورد تدریس کے عمل کے وضاحت کریں
- (3) خورد تدریس کی مہارتوں کی مثال دیں
- (4) تقویت عطا کرنے کی مہارت کے اجزاء مثالوں کے ساتھ بیان کریں
- (5) تدریسی ہدایات کی منصوبہ بندی کی اہمیت بیان کریں
- (6) اکائی منصوبہ بندی کی خصوصیات بیان کریں
- (7) تکنالوجی استعمال کرتے وقت استاد کو کیوں محتاط رہنا چاہیے؟

مختصر جوابی سوالات

- (8) خورد تدریس پر ایک نوٹ لکھئے۔
- (9) یونٹ پلان کا خاکہ تیار کیجئے
- (10) خورد تدریس کی مہارتوں کو مختصر بیان کیجئے

معروضی سوالات:

				خوردتدریس کا رسمی طور پر آغاز..... سن میں ہوا۔	- 11
1966(4	1965 (3	1964(2	1963(1		
				ہندوستان میں خوردتدریس کا آغاز..... سن میں ہوا۔	- 12
1969(4	1967 (3	1964(2	1963(1		
				خوردتدریس کے..... مخصوص اجزاء ہوتے ہیں۔	- 13
				(1) تین	
				(2) پانچ	
				(3) دو	
				(4) چار	

4.10 سفارش کردہ کتابیں: (Suggested Readings)

- Kumar,K.L.(2001) Eductional Technology.New Delhi:-New Age International Publising Srinivasan,
P.K.(2010)Resource Matrial for Mathematics Club Actirarue.
Riedesel,C.A& Schwartz,J.K.(1994)Essentidls of Elenaentan Mathamatic(.....)
Needhanu Heigls,MA(USA):
Allyn & Bacon.Sharua,D.N&Sharma,R.C.(2011)Science leiTadrces(Translated in Urdu).Nwe Delhi
NCPUL.
Madaholi,A.G.(1952).khel de Zaria Taalim Delhi:-Maktaba Jamia Limited Kumar,V.(Edit.)
(2012)Pedagory of Mathamnhzs new Delhi:-NCERT.
☆Bishop,P.&Daries,N.(2000)A Strategy for the use of Technology to Enhance Learning in
Maths,Stats and OR.

اکائی 5: ریاضی کے اکتسابی وسائل

(Learning Resources in Mathematics)

ساخت (Structure)

- 5.1 تمہید: (Introduction)
- 5.2 مقاصد (Objectives)
- 5.3 ریاضی کی درسی کتب۔ اچھی کتاب کا معیار اور اہمیت
- (Mathematics Textbook- importance and Criteria of good textbook)
- 5.4 ثانوی اسکول کی موجودہ ریاضی کی درسی کتاب کا تنقیدی جائزہ
- (A Critical Analysis of Existing Secondary School Mathematics Text Book)
- 5.5 سمعی، بصری اور کثیر الا بلاغ وسائل۔ سیکھنے والے کی ضرورت کے مطابق انتخاب اور ڈیزائن
- (Audio, Visual and Multimedia Resources-Solution and design according to Learner needs)
- 5.6 آن لائن ریسورسز۔ آئی سی۔ ٹی میسڈ پیڈاگوجیکل ٹولس (Online Resources - ICT based Pedagogical tools)
- 5.7 ریاضی کے اکتساب کے لئے کمیونٹی وسائل کا استعمال: وزٹس، میٹھیٹیکل فیلڈ ٹرپ اور ایکس کیشن
- (Using community Resources for Mathematics Learning: Visits, Mathematical field and Excursion)
- 5.8 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)
- 5.9 فرہنگ (Glossary)
- 5.10 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)
- 5.11 سفارش کردہ کتابیں (Suggested Readings)

5.1 تمہید: (Introduction)

نصابی کتاب کی بنیاد پر استاد اپنا منصوبہ سبق تیار کرتا ہے اس میں دی ہوئی مثالوں کو تختہ سیاہ پر استعمال کرتا ہے اور گھر کے تفویض و مشق کے لئے بھی اس درسی کتاب کو استعمال میں لایا جاتا ہے۔ اسکول کے تمام مضامین میں نصابی کتاب ایک اہم تدریسی شے ہے۔ یہ بچوں کے اکتساب میں اعلیٰ مقام رکھتی ہے۔ تدریس و اکتساب کو منظم طریقہ سے پیش کرنے میں نصابی کتاب مددگار ہوتی ہے۔ مواد مضمون کو سلسلہ وار اور مخصوص انداز میں نصابی کتاب میں پیش کیا جاتا ہے۔ کسی بھی تعلیمی نظام میں نصابی کتابیں کلیدی حیثیت رکھتی ہیں۔ اچھی نصابی کتاب بنانے کے لئے کچھ اصولوں کو دھیان میں رکھنا چاہئے۔

5.2 مقاصد: (Objectives)

اس اکائی کے مطالعہ کے بعد آپ اس قابل ہو جائیں گے کہ

- 1- نصابی درسی کتاب کے معنی و مفہوم اور اہمیت و ضرورت پر روشنی ڈال سکیں۔
- 2- ریاضی کی نصابی کتاب کا معیار بیان کر سکیں۔
- 3- ریاضی کی موجودہ نصابی کتابوں کا تنقیدی جائزہ پیش کر سکیں۔
- 4- ریاضی کی تدریس کو موثر بنانے میں تدریسی امدادی وسائل کی اہمیت و افادیت کی وضاحت کر سکیں اور ان وسائل کے انتخاب اور تیاری کے اصول بیان کر سکیں۔
- 5- کتاب ریاضی میں کمیونٹی وسائل کی مختلف اقسام اور ان کا استعمال بیان کر سکیں۔
- 6- ریاضی کی تدریس اور اکتساب کے لئے آن لائن وسائل کی تفصیلات بیان کر سکیں۔

5.3 ریاضی کی درسیاتی کتاب - اچھی کتاب کا معیار اور اہمیت

(Mathematics Textbook- importance and Criteria of good textbook)

اسکول کے تمام مضامین میں نصابی کتاب ایک اہم تدریسی شے ہے۔ یہ بچوں کے اکتساب میں اعلیٰ مقام رکھتی ہے۔ تدریس و اکتساب کو منظم طریقہ سے پیش کرنے میں نصابی کتاب مددگار ہوتی ہے۔ مواد مضمون کو سلسلہ وار اور مخصوص انداز میں نصابی کتاب میں پیش کیا جاتا ہے۔ طالب علموں کی نشوونما کے فروغ کے ساتھ ساتھ یہ کمرہ جماعت کی تدریس کو ایک سمت میں لے جانے کی رہنمائی کرتی ہے۔ عام طور پر نصابی کتاب ایک تعلیمی آلہ (Educational Instrument) کی حیثیت رکھتی ہے۔ نصابی کتاب ایک خاص مقصد کو پورا کرنے کے لئے تیار کی جاتی ہے۔ اس میں مواد مضمون کو منصوبہ بند طریقہ سے اجاگر کیا جاتا ہے۔ نصابی کتاب میں پیش کردہ مواد مخصوص جماعت کی ضروریات کے مطابق تیار کیا جاتا ہے۔ اس کی پہلی سطر کو پڑھا کر تعلیمی عمل شروع ہوتا ہے اور آخری سطر پر تعلیمی عمل اپنے اختتام کو ہو۔ نصابی کتاب کی بنیاد پر استاد اپنا منصوبہ سبق تیار کرتا ہے اس میں دی ہوئی مثالوں کو تختہ سیاہ پر استعمال کرتا ہے اور گھر کے تفویض و مشق کے لئے بھی اس درسی کتاب کو استعمال میں لایا جاتا ہے۔

نصابی کتاب مدرس کے تدریسی عمل کے فیصلہ کے لئے بھی کارآمد ہے، طلباء کے اکتساب کو بھی ظاہر کرتی اور آزمائشی کام کے لئے بھی اس کا استعمال کیا جاتا ہے۔ کمرہ جماعت میں پڑھائی جانے والی اور سیکھائی جانے والی ہر چیز نصابی کتاب میں موجود ہوتی ہے۔ معلم، معلم اور آزمائشی کرنے والے تمام افراد اس پر ہی انحصار کرتے ہیں۔ کسی بھی صورت میں نصابی کتاب تدریسی و اکتساب کے عمل سے الگ نہیں ہے۔ یہی وجہ ہے کہ نصابی کتاب ایک ذریعہ معلومات ہے اور اسے اسکول کے برابر کا درجہ دیا جاتا ہے۔ یہ مضمون کے مواد اور درس و تدریس کے عمل کو پوری طرح سے جاننے میں مکمل مدد کرتی ہے۔ کوٹھاری کمیشن کی رپورٹ کے مطابق "نصابی کتاب کا سوال ہمارے ملک کے لئے بہت اہم اور نہایت ضروری ہے۔ بیدار قوم اور ملک کے لئے یہ اشد ضروری ہے کہ نہایت عمدہ کوالٹی کی نصابی کتاب تیار کی جائے"

نصابی کتاب کے معنی: (Meaning of Text Book)

نصابی کتاب مواد مضمون کا ایک معیاری مجموعہ ہے جو کہ ایک مخصوص مرحلہ (Stage) کے لئے تیار کیا جاتا ہے اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ نصابی کتاب منصوبہ بند طریقہ سے اس مواد کا مجموعہ ہے جو کسی ایک خاص سطح یا عمر کے طلباء کی تدریسی ضرورت کے لئے لازمی ہے نصابی کتاب میں مواد کو خوبصورتی کے ساتھ اس طرح پیش کیا جاتا ہے کہ نئی اصطلاحات اور مہارتوں کو سیکھنے میں آسانی ہوتی ہے اور ساتھ ہی ساتھ پرانی معلومات کو بھی بہتر ڈھنگ سے پیش کیا جاتا ہے۔

لانگ (Lang) کے مطابق "ایک نصابی کتاب کسی خاص مطالعہ کی شاخ کے لئے ایک معیاری کتاب ہوتی ہے"
 بیکن (Becon) کے مطابق "نصابی کتاب کو کلاس روم میں استعمال کرنے والی کتاب کی حیثیت سے تیار کیا جاتا ہے"

امریکی ٹکسٹ بک پبلیشرس انسٹی ٹیوٹ نے واضح طور پر کہا ہے کہ ایک سچی حقیقی نصابی کتاب وہ ہے جو خاص کر طلباء کے لئے اور ساتھ ہی ساتھ ٹیچر جو کہ اس کو اسکول یا کلاس میں استعمال کر سکے اس لئے تیار کی جاتی ہے۔ اور کسی ایک خاص نصاب کے مطالعہ مضمون کو اس میں پیش کیا جاتا ہے۔

(Need and Importance of the Text Book)

کسی بھی تعلیمی نظام میں نصابی کتابیں کلیدی حیثیت رکھتی ہیں۔ تعلیم ایک سہ رخی / عمل ہے جس میں مدرس، طلباء اور مواد اس کے تین ستون ہیں۔ مواد درمیانی ستون ہے۔ یہ مدرس اور سیکھنے والوں کے درمیان رابطہ قائم کرتا ہے۔ بغیر مکمل مواد مدرس کامیابی کے ساتھ آگے نہیں بڑھ سکتا ہے۔

نصابی کتابوں کے اندر نصاب کے مواد یا مضمون کے مواد کو اس مناسب طرح سے پیش کیا جاتا ہے کہ مدرس اور طالب علم دونوں کے لئے موزوں ہو۔ مدرس اس مواد کو آسانی کے ساتھ اپنی تفہیم میں لا کر کمرہ جماعت میں خود اعتمادی کے ساتھ پیش کرتا ہے طلباء بھی درسی کتابوں کے مواد کو آسانی کے ساتھ ذاتی مطالعے سے سمجھ جاتے ہیں لیکن زیادہ تر طلباء کو مدرس کی مدد کی ضرورت ہوتی ہے۔

بحر کیف تدریس و اکتسابی عمل میں نصابی کتاب مدرس اور طلباء دونوں کے لئے مددگار ثابت ہوتی ہے۔ تدریسی و اکتسابی عمل میں یہ نہ صرف اہمیت رکھتی ہے بلکہ یہ اس کا ایک لازمی حصہ ہے۔

اساتذہ کے لئے اس کی اہمیت:

مدرس مندرجہ ذیل ضرورتوں کو پورا کرنے کے لئے اس کا مناسب استعمال کرتا ہے۔

(1) مناسب مواد مضمون کے لئے:

مدرس ایک مخصوص جماعت کے لئے اس کے نصاب کے مطابق مناسب مواد مضمون کے لئے اس کا استعمال کرتا ہے۔ ایک تدریسی کتاب موزوں مواد مہیا کرتی ہے اور مضمون کے نصاب کے مطابق رہنمائی کرتی ہے۔ اس کے اندر مناسب مثالیں اور مشق کے لئے بے شمار سوالات ہوتے ہیں۔ یہ مدرس کا وقت ضائع نہ ہو اس میں مدد کرتی ہے۔

(2) منصوبہ بند اور منظم اکتساب کے لئے:

تدریسی کتاب میں اندر مختلف عنوانات کے تحت مواد مضمون مرتب ہوتا ہے۔ یہ کتاب مدارس کے لئے منصوبہ بندی کے مراحل، مناسب طریقہ تدریس اور موزوں مواد مضمون کی نشاندہی کرتی ہے۔ مدرس کو منظم اور سلسلہ وار طریقہ سے پڑھانے میں مدد کرتی ہے جس کی وجہ سے اس کی تدریس موثر ہوتی ہے۔

(3) رہنمائی کے لئے:

درسی کتابیں عنوان کی پیشکش میں مدرس کی رہنمائی کرتی ہے۔ یہ مدرس کے لئے بہت ہی اچھی مثالیں پیش کرتی ہیں جو مدرس اور طلباء دونوں کے لئے رہنمائی کا کام انجام دیتی ہے اور ساتھ ہی ساتھ اصلاح کرنے کی ممکن راہ دکھاتی ہے۔

(4) تعین قدر کے لئے:

تعین قدر تعلیم کا ایک حصہ ہے۔ زیادہ تر مدرس ایک اچھی تحصیلی جانچ تیار کرنے سے قاصر ہوتے ہیں۔ تدریسی کتابیں مختلف قسم کے مسائل پر جانچ کا انتخاب اور تیاری کرنے میں مددگار ہوتی ہیں۔

(5) مشق اور گھر کے تفویض کے لئے:

ریاضی مشق پر مبنی ایک مضمون ہے۔ بغیر مشق کے اس مضمون کو نہیں سمجھا جاسکتا ہے۔ سیکھنے والا جب تک اصول اور قانون کو استعمال نہیں کرتا ہے تو اس کو سمجھ نہیں پاتا ہے۔ تدریسی کتابوں کے اندر بے شمار اچھے سوالات درج ہوتے ہیں جو مدرس اور طلباء کو تفہیم کرنے کا مناسب موقع فراہم کرتے ہیں۔

طلباء کے لئے اس کی اہمیت:

طلباء کے لئے بھی اس کی بہت اہمیت ہے۔ بغیر درسی کے کتاب کے طلباء ایک ایسے معمار کی طرح ہیں جو کہ بغیر کسی آلہ کے ہے۔ ہر قدم پر طلباء کو اس کی ضرورت پڑتی ہے مندرجہ ذیل اہم نکات کے ذریعے آپ کو اس کی افادیت کا اندازہ ہو جائیگا۔

1. خود کار مطالعہ میں مددگار:

طلباء نئی چیزوں کو جاننے کے لئے ہمیشہ کوشاں رہتے ہیں۔ اس وجہ سے طلباء نصابی کتاب کی مدد سے ہر عنوان کو پہلے ہی پڑھ لیتے ہیں تاکہ کمرہ جماعت میں ان کو یہ عنوان اچھی طرح سے سمجھ میں آجائے۔ اس کے علاوہ اگر کوئی بات واضح نہیں ہوتی ہے تو درسی کتاب کے مطالعہ سے وہ چیزیں بالکل صاف صاف نظر آنے لگتی ہیں۔

2. اصطلاحات کو فہم کرنے میں مدد کرتی ہے۔

اکثر کمرہ جماعت میں مدرس کے ذریعہ بتائی گئی اصطلاحات طلباء کی سمجھ میں نہیں آتی ہیں وہ ان اصطلاحات کو نصابی کتابوں کی مدد سے بہتر سے بہتر سمجھ پاتے ہیں۔

3. اپنی مرضی اور خواہش کے مطابق طلباء کو استعمال کرنے کے مواقع:

کلاس روم کے باہر درسی کتابیں ایک مدرس کی حیثیت سے کام آتی ہیں۔ اگر کوئی طالب علم کسی چیز کو کمرہ جماعت میں نہیں سمجھ پایا ہے تو نصابی کتاب کی مدد لے سکتا ہے۔ نصابی کتابوں کی مدد سے وہ اپنی مرضی سے ان سوالات کو حل کر پاتا ہے۔

4. ذہنی طور پر معذور اور پسماندہ بچوں کے لئے مددگار:

نصابی کتابیں کمرہ جماعت کے باہر ان بچوں کے لئے نہایت کارگر اور اہم ہیں جو نچے ذہنی طور پر معذور اور پسماندہ ہیں ایسے نچے کلاس روم کی رفتار کے مطابق اپنے آپ کو نہیں ڈھال سکتے ہیں۔ اس وجہ سے بعد میں وہ نصابی کتابوں کی مدد سے اپنی خامیوں / کمزوریوں کو سدھار سکتے ہیں۔

5. فطین بچوں کے لئے مددگار:

فطین بچے اوسط بچوں کی بہ نسبت زیادہ لکھنے اور پڑھنے کی صلاحیت کے مالک ہوتے ہیں۔ ان کی زیادہ سے زیادہ سیکھنے اور پڑھنے کی خواہش ہوتی ہے اس وجہ سے کمرہ جماعت کی تدریس ان کے لئے ناکافی ہوتی ہے۔ مدرس بھی ان کی زیادہ مدد نہیں کر پاتے ہیں کیوں کہ وہ خود کام کے بوجھ سے دبے ہوتے ہیں۔ ان حالات میں نصابی کتابیں ہی ان بچوں کی مدد کرتی ہیں اور ان کی تعلیمی پیاس کو بجھا پاتی ہیں۔

ریاضی کی اچھی نصابی کتاب کے معیارات: (Criteria for a Good Mathematics Text Book)

ریاضی کی درسی کتابوں کی تنقید کئی وجوہات کی بنیاد پر کی جاتی ہے۔ ان میں سے ایک وجہ یہ ہے کہ یہ کتابیں طلباء کے لئے کوئی چیلنج پیدا نہیں کرتی ہیں۔ اگر کتاب میں آسان طریقوں کا استعمال ہو اور مواد بھی آسان ہو تو کتاب طلباء کو غور و فکر کرنے کے لئے مجبور نہیں کرتی ہیں دوسری طرف کچھ کتابیں اتنی پیچیدہ ہوتی ہیں کہ ان کو سمجھنا بہت ہی مشکل ہوتا ہے۔ ریاضی کی ایک اچھی کتاب کے معیارات کی حسب ذیل عنوانات کے تحت درجہ بندی کی جاسکتی ہے۔

مصنف: (The Author)

☆ مصنف سند یافتہ، تجربہ کار اور ریاضی کا مستند معلم ہونا چاہیے۔

☆ مصنف کو حقیقی اکتسابی حالات کی سمجھ ہونی چاہیے اور طلباء کی دشواریوں کی جانکاری بھی ہونی چاہیے۔

زبان: (The Language)

☆ ریاضی کی نصابی کتاب میں استعمال کی جانے والی زبان آسان عام فہم، سادہ اور بچوں کی جاذبیت کے لحاظ سے ہونی چاہیے۔

☆ نصابی کتاب میں الفاظ کا استعمال اور طرز ان بچوں کی عمر کے لحاظ سے ہونا چاہیے جن کے لئے کتاب لکھی جا رہی ہے۔

- ☆ ریاضی کی نصابی کتابوں میں استعمال ہونے والی اصطلاحات اور علامات عام مشہور اور بین الاقوامی سطح پر قابل قبول ہونی چاہئے۔
- ☆ تمام اصطلاحات، تصورات اور اصول جو کتاب میں استعمال کئے گئے ہیں واضح، صاف ستھرے اور دل نشین انداز میں بیان کئے جانے چاہیے۔
- ☆ مواد مضمون اور اس کی تنظیم و پیش کش (The content and its organisation)
- ☆ نصابی کتاب مقررہ خاکہ نصاب کے لحاظ سے ہونی چاہیے اور خاکہ نصاب کے ہر عنوان کا برابر احاطہ ہونا چاہیے۔
- ☆ کسی جماعت کا مواد مضمون اس جماعت کی ریاضی کو پڑھانے کے اغراض و مقاصد کے مطابق ہونا چاہیے۔
- ☆ ہر اکائی (یونٹ) کے اختتام پر دیئے جانے والا جواب صحیح ہونا چاہیے اور ساتھ ہی ساتھ اس سے امتحان کی ضرورت پوری ہونی چاہیے۔
- ☆ ریاضی کی نصابی کتاب میں طلباء کے انفرادی فرق کا لحاظ کرتے ہوئے تیار کی جانی چاہیے اور یہ کتاب مختلف طلباء کی ضرورت، دلچسپی، رجحانات، معیارات کو مطمئن کرنے والی ہونی چاہیے۔

- ☆ نصابی کتاب میں اعادہ سبق اور مشق کی مناسب گنجائش فراہم کی جانی چاہیے۔
- ☆ نصابی کتاب کا تعلق کمرہ جماعت کے اکتساب سے طلباء کی حقیقی زندگی کی ضروریات، طبعی اور سماجی ماحول کے مطابق ہونی چاہیے۔
- ☆ درسی کتاب کا مواد مضمون، منطقی اور نفسیاتی لحاظ سے احتیاط کے ساتھ منظم کیا جانا چاہیے۔ جو موثر تدریسی ماحول کو پیش کر سکے۔

طبعی خصوصیات: (Physical Aspects)

- ☆ تدریسی کتاب کی شکل اور سائیز ایک دوسرے کے متناسب ہونا چاہیے۔ کتاب نذر زیادہ موٹی اور نذر زیادہ پتلی ہونی چاہیے۔
- ☆ کتاب کا کور پرکشش اور دل کش ہونا چاہیے۔
- ☆ معیاری کتابت اور معیاری طباعت ہونی چاہیے۔ کتاب کی جلد مضبوط اور پائیدار ہونی چاہیے۔
- ☆ طباعت کے حروف بڑے اور پڑھنے کے قابل ہوں۔

مشقیں اور مثالیں: (Exercises and Illustrations)

- ☆ مثالیں اور تشریحات واضح موزوں اور صحت کے ساتھ ہونے چاہیے۔
- ☆ مواد مضمون کی پیش کش پرکشش، دلچسپ اور موزوں مثالوں اور تشریحات کے ساتھ اشکال حسب ضرورت اور خاکوں کے ساتھ ہونا چاہیے۔
- ☆ جو اشکال نصابی کتاب میں استعمال کی گئی ہیں ان کی شناخت آسانی سے ہونی چاہیے اور علم ہندسہ (جیومیٹری) میں اشکال کی بناوٹ سوال میں دی ہوئی پیمائش کی نسبت کے مطابق ہونی چاہیے۔

- ☆ نصابی کتاب میں ایسی مشقیں بھی شامل کرنا چاہیے جو ریاضی میں فطین طلباء کے لئے بھی چیلنج ہوں۔
- ☆ ہر عنوان کے اختتام پر مختلف معیار کے سوالات کی مشق دی جانی چاہیے جس سے ہر قسم کے طلباء کی ضرورت پوری ہو سکے۔

عمومی خصوصیات: (General Characteristics)

- ☆ نصابی کتاب میں جدید تبدیلیاں شامل کرتے ہوئے نئی اشاعت ہونی چاہیے۔
- ☆ نصابی کتاب کی قیمت بھی موجودہ مہنگائی کے حساب سے مقرر کی جانی چاہیے اور ہر جگہ آسانی سے دستیاب ہونی چاہیے۔
- ☆ یہ استقرائی، استخراجی، انکشافی اور مسائل کو حل کرنے کے طریقہ تدریس پر مرکوز ہونی چاہیے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- نصابی کتاب کسے کہتے ہیں؟

- 2- نصابی کتاب کس کے لیے مفید ہوتی ہے؟
- 3- نصابی کتاب سے طلباء کو کیا فائدہ ہوتا ہے؟
- 4- ایک اچھی نصابی کتاب کے کوئی دو معیارات بتائیے؟
- 5- ہر سبق کے ختم پر مختلف معیار کے سوالات پر مبنی مشق کیوں دی جانی چاہیے؟

5.4 ثانوی اسکول کی موجودہ ریاضی کی نصابی کتاب کا تنقیدی جائزہ:

(A Critical Analysis of Existing Secondary School Mathematics Text-Books)

ریاضی کی نصابی کتاب معلم اور متعلم دونوں کے لئے ایک ناگزیر آلہ ہے ایک معلم کو اس کو استعمال کرنے میں خاص امتیاز اور احتیاط برتنا چاہیے درسی کتاب کو پراثر طور پر استعمال کرنا طلباء کی ذہانت اور ضرورت کے لحاظ سے استعمال پر منحصر ہے۔ ایک اچھا معلم ہمیشہ طلباء کی سابقہ معلومات، تحصیل کی سطح، سمجھنے کی طاقت اور وقت جذبہ، دلچسپی اور رجحان کے مطابق نصابی کتاب کی تدریسی اشیاء سوالات مشقیں وغیرہ اپناتا ہے۔ درسی کتاب کو استعمال کرتے وقت معلم طلباء کو اپنے طور پر غور و فکر کرنے کی ہدایت دیتا ہے اور رٹنے کے کام سے پرہیز کرنے کی ہدایت دیتا ہے۔ بازار میں بے شمار درسی کتابیں ایک ہی نصاب کی پائی جاتی ہیں معلم کو ان میں سے کسی ایک اچھی کتاب کا انتخاب کرنا ہوتا ہے جو طلباء کے لئے کارآمد ہو۔ ریاضی کی ثانوی سطح کی موجودہ کسی کتاب کا تنقیدی جائزہ لینا ہے تو حسب ذیل معیارات اس میں مددگار ہونگے۔

مواد مضمون: (Subject Matters)

- 1 اس کی افادیت
- 2 صحیح تنظیم
- 3 نصاب کو پورا کرنا
- 4 منطقی اور نفسیاتی سلسلہ میں پیشکش
- 5 طلباء کے معیار کے مطابق ہو
- 6 تدریسی اصولوں کا استعمال
- 7 آسان سے مشکل کی جانب
- 8 معلوم سے نامعلوم کی طرف
- 9 خاص سے عام کی جانب
- 10 مثال سے اصول کی جانب
- 11 واضح اور پرکشش نقشہ (Figure) اور گراف
- 12 مناسب تعداد میں مثالیں اور تشریحات
- 13 مناسب تعداد میں حل کرنے کے لئے سوالات
- 14 اپ ٹو ڈیٹ مواد

زبان اور انداز بیان: (Language and Style)

- 1 آسان اور سادہ زبان

- (2) دلچسپ اور قابل فہم انداز بیان
- (3) سوالات کی آسان زبان
- (4) سوالات کی قسمیں اور تعداد
- (5) صاف ستھری تکنیکی الفاظ کا استعمال
- (6) غلطیوں اور نقائص سے پاک
- شکل/خاکہ اور قیمت: (Form and Price)
- ☆ جاذب گیٹ اپ
- ☆ اچھی اور غلطیوں سے آزاد طباعت
- ☆ طلباء کے عمر کے لحاظ سے طباعت
- ☆ اچھے کاغذ کا استعمال
- ☆ اوسط قیمت

مصنف اور اشاعت: (Author and Publication)

- (1) مصنف کی تعلیمی صلاحیت، رتبہ اور تجربہ
- (2) ماہر مضمون اور مضمون پر خصوصی مہارت اور عبور
- (3) پبلیشر کا مقام
- (4) اشاعت کا سال

تدریسی اشیاء: (Teaching Aids)

- (1) تدریسی اشیاء استعمال کرنے کے لئے مواقع
- (2) مختلف قسم کی تدریسی اشیاء کا استعمال
- (3) معلم کے لئے معتبر ہدایات
- (4) حوالہ جاتی جدول

دیئے گئے معیارات کی بنیاد پر کوئی بھی شخص ریاضی کی کسی بھی درسی کتاب کا تنقیدی جائزہ لے سکتا ہے۔ اس نصابی کتاب کی اہمیت اور افادیت کے مطابق اس کا استعمال کر سکتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- کسی نصابی کتاب کا تنقیدی جائزہ لینے کے لیے آپ کن معیارات کو پیش نظر رکھیں گے؟
- 2- نصابی کتاب کی زبان اور انداز بیان کیا ہونا چاہیے؟

5.5 سمعی، بصری اور کثیر البلاغ وسائل سیکھنے والے کی ضرورت کے مطابق انتخاب اور ڈیزائن:

(Audio, Visual and Multimedia Resources - Solution and design according to Learner need)

ہر معلم کی خواہش ہوتی ہے کہ اس کی تدریس موثر ہو۔ اس کی پڑھائی گئی چیزوں کو طلباء سمجھ لیں، ذہن نشین کریں اور سیکھ لیں۔ ان مقاصد کو حاصل کرنے کے لئے مدرس بے شمار اور مختلف تدریسی مواد کا استعمال کرتا ہے۔ چارٹ، ماڈل، ٹھوس چیزیں، ساز و سامان، آلات اور دوسرے وسائل کا استعمال کر کے ریاضی کا معلم اپنی تدریس کو موثر بنانا چاہتا ہے ان ہی وسائل کو ریاضی کی اصطلاح میں تدریسی مواد یا تدریسی اشیاء کہتے ہیں۔ ان تدریسی وسائل کو سمعی، بصری اور کثیر ابلاغ تدریسی وسائل کہتے ہیں۔

ریڈیو، ٹیپ ریکارڈر، گراموفون اور سی ڈیز سن کر سیکھنے میں مدد کرتی ہیں۔ یہ سمعی آلات ہیں۔ بصری آلات جیسے چارٹ، ماڈل، گراف، تختہ سیاہ، فلم اسٹریپ، پروجیکٹر وغیرہ جن کو دیکھ کر کتاب میں مدد ملی جاتی ہے۔ سمعی۔ بصری ایسے آلات ہیں جن میں ایک سے زیادہ حسی اعضاء کو اکتسابی عمل فروغ دینے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ انہیں سمعی۔ بصری آلات کہتے ہیں ٹیلی ویژن، سنیما اور ڈرامہ جو دو حسی اعضاء کو اکتسابی عمل استعمال کرنے میں مدد کرتے ہیں۔ ہم سنا ہوا بھول جاتے ہیں، پڑھا ہوا کم عرصہ تک ہی یاد رہتا ہے لیکن عمل کے ذریعہ اکتساب کیا علم دیر تک حافظے میں محفوظ رہتا ہے۔

کثیر ابلاغ (ملٹی میڈیا):

کثیر ابلاغ دو الفاظ۔ کثیر (Multi) اور ذرائع ابلاغ (Media) سے مل کر بنا ہے۔ Multi کے معنی کثیر یا ایک سے زائد اور Media کے معنی ہے ایک وسیلہ جس کے ذریعہ ہم اپنے خیالات (Thoughts) یا اطلاعات کو ایک دوسرے تک پہنچاتے ہیں۔ اس طرح کثیر ابلاغ دو سے زیادہ ذرائع ابلاغ کا مجموعہ ہے۔ جس کے ذریعہ ہم خیالات یا اطلاعات کو ظاہر کرتے ہیں۔ کثیر ابلاغ کی تعریف یوں کر سکتے ہیں کہ وہ سب کچھ جو ہم سیکھ یا سن سکتے ہیں مثلاً Animation, Graphics, Text, Audio اور Video وغیرہ کثیر ابلاغ ہیں۔ دوسرے لفظوں میں کہہ سکتے ہیں کہ کثیر ابلاغ کمپیوٹر ہارڈ ویئر اور سافٹ ویئر کا جوڑ ہے۔

سمعی، بصری اور کثیر ابلاغ وسائل کی اہمیت اور ضرورت:

(Need and importance of Audio, Visual and Multimedia Resources)

سمعی، بصری اور کثیر ابلاغ وسائل کی اہمیت اور ضرورت مندرجہ ذیل ہیں۔

- 1- ان وسائل کا استعمال کر کے معلم تدریس کے بنیادی اصولوں پر عمل کر پاتا ہے۔ وہ مقروں کی مجرد (کی طرف) معلوم سے نامعلوم کی طرف اور اکتساب عمل کے اصولوں پر عمل کر کے آگے بڑھتا ہے۔
- 2- یہ طلباء کے اندر دلچسپی پیدا کرنے میں مدد کرتے ہیں۔
- 3- یہ تدریس و اکتساب کو آسان اور پرکشش بناتے ہیں۔
- 4- ان وسائل کی مدد سے اصطلاحات اور تصورات بڑی اچھی طرح واضح ہو جاتے ہیں۔ جن کو آسانی سے بھول جانا مشکل ہوتا ہے۔
- 5- یہ وسائل طلباء کے اندر خود اکتسابی کو فروغ دیتے ہیں اور تعمیری صلاحیتوں کو ابھارتے ہیں۔
- 6- ان وسائل کی مدد سے طلباء کو ان وسائل کو Handle اور Manipulate کرنے کا موقع فراہم ہوتا ہے۔
- 7- یہ طلباء کے پیدا آئی رجحان کو مطمئن کرتے ہیں۔
- 8- ان وسائل کی مدد سے مختلف پیچیدہ اصطلاحات، تصورات اور مفہوم کو وقت ضائع کئے بغیر طلباء ذہن نشین کرتے ہیں۔
- 9- یہ وسائل طلباء کے لئے ایک محرکہ کی حیثیت رکھتے ہیں اور ساتھ ہی ساتھ ان کو چاق و چوبند بنا دیتے ہیں۔
- 10- یہ وسائل بچوں کے اندر تجسس پیدا کر دیتے ہیں جس کی وجہ سے وہ مختلف مضامین کی ہیبت کو جاننے کی کوشش کرتے ہیں۔

Teaching Resources

<u>کثیرالبلاغ (Multimedia)</u>	<u>بصری وسائل (Visual Resources)</u>	<u>سمعی وسائل (Audio Resources)</u>
۱۔ کمپیوٹرس	تصاویر ، نقشہ	ریڈیو
۲۔ ٹیلی ویژن	فلم اسٹیپ ، پلیٹن بورڈ ، پروجیکٹر	ٹیپ ریکارڈر
	اور ہیڈ پروجیکٹر ، ماڈل	گراموفون
	لیکچر ڈسپلے ، چارٹ	
	۱۱۔ ان وسائل کا استعمال کر کے طلباء ذہنی اور جسمانی دونوں لحاظ سے صحت مندرہتے ہیں۔	
	۱۲۔ یہ طلباء کے اندر سائنسی رجحان پیدا کرتے ہیں۔	

متعلم کی ضرورتوں کے مطابق انتخاب اور ڈیزائن کرنے کا اصول:

(Principle for selection and Design According to Learner needs)

ریاضی ایک مجرد سائنس ہے اس کے اندر بے شمار مجردی مواد موجود ہے جس کو آسانی کے ساتھ سمجھنا طلباء کے لئے مشکل ہے۔ ان مجرد اور پیچیدہ تصورات کو آسان بنانے کے لئے ریاضی کے معلم کو کوششیں کرنی پڑتی ہیں اس وقت ریاضی کے مدرس کو ان تدریسی وسائل کی ضرورت پیش آتی ہے۔ یہ تدریسی وسائل ریاضی کے معلم کو مضمون کے مواد کو آسان، دلچسپ اور موثر بنانے میں مدد کرتے ہیں زیادہ تر تدریسی عمل حسی سطح پر ہوتی ہے۔ اس وجہ سے سمعی، بصری اور ملٹی میڈیا وسائل طلباء کو بہت مدد کرتے ہیں۔ کچھ مخصوص مقاصد کو حاصل کرنے کے لئے معلم کو دو چیزوں کو اپنے ذہن میں رکھنا چاہیے۔

1۔ موزوں سمعی، بصری اور ملٹی میڈیا وسائل کا انتخاب

2۔ ان وسائل کا مناسب اور موزوں استعمال

ان وسائل کو متعلم کی ضرورت کے مطابق منتخب کرنے کے لئے مندرجہ ذیل اصولوں پر عمل پیرا ہونے کی ضرورت ہے۔

1. متعلم مرکزیت کا اصول: (Principle of Learner Centerdness)

ان وسائل کا انتخاب کرنے سے پہلے / قبل ہمیشہ معلم کو اپنی ذہن میں بچوں کی عمر دلچسپی اور اہلیت کا خیال کرنا چاہیے۔ ان باتوں کے بعد ان کا استعمال کرنا بہتر ہوگا۔ اس طرح یہ وسائل متعلم کو ریاضی کی اصطلاحات یا مواد مضمون کی تفہیم کرنے میں مددگار ثابت ہوتے ہیں۔

2. دلچسپی اور محرک کا اصول: (Principle of Interest and Motivation)

کسی بھی تدریس۔ اکتسابی عمل کا مرکزی نقطہ دلچسپی اور محرک ہوتا ہے۔ ہارڈ ویئر اور سافٹ ویئر دونوں ہی طرح کے وسائل کے استعمال کا ایک مقصد ہوتا ہے کہ خوشگوار ماحول قائم کیا جاسکے جس سے طلباء کے اندر دلچسپی، تجسس اور اہلیت پیدا کی جاسکے۔

3. مقاصد کے حاصل کرنے کا اصول: (Principle of Realization of Objectives)

ان اصول کے مطابق ان سمعی، بصری اور ملٹی میڈیا وسائل کا انتخاب اس طرح کیا جاتا ہے کہ طلباء کے ادراکی، تفہیمی، مہارتی اور عملی اہلیت کو اجاگر کیا جاسکے۔

4. وسائل کے دستیاب ہونے کا اصول: (Principle of Availability of Resources)

ان اصولوں کے تحت یہ سارے وسائل آسانی سے دستیاب ہو سکیں جن کا استعمال آسانی سے کیا جاسکے جن کو ایک جگہ سے دوسری جگہ آسانی سے منتقل

کیا جاسکے اور ساتھ ہی ساتھ مقامی طلباء کی ضرورتوں کو بھی پورا کر سکے۔
سمعی، بصری اور ملٹی میڈیا وسائل کے استعمال میں احتیاط:

(Precautions for using Audio, Visual and Multimedia Resources)

- 1- یہ انفرادی فرق کی بنیاد پر ہی استعمال کیا جائے۔
 - 2- اس کے استعمال کی غرض بالکل صاف صاف ہونا چاہیے تاکہ صرف خانہ پوری کے لئے استعمال کیا جائے۔
 - 3- معلم کو ہمیشہ اس بات کو یاد رکھنا چاہیے کہ یہ ایک ذریعہ (Means) ہے تاکہ خاتمہ۔
 - 4- معلم کو ہمیشہ منصوبہ سبق میں ان کے لئے جگہ رکھنی چاہئے۔
 - 5- معلم کو طلباء کے ساتھ ان کے استعمال کرتے وقت تعاون اور تامل میل بنا کر رکھنا چاہیے۔
 - 6- اس بات کا خیال رکھا جائے کہ یہ موثر تدریس میں مددگار ہو۔
 - 7- تدریسی عمل کے شروع ہونے سے پہلے ان وسائل کا ٹھیک ٹھیک جگہ پر موجود ہونا چاہئے۔
 - 8- اس کو استعمال کرنے سے پہلے معلم کو اچھی طرح سے اس کو استعمال کرنا سیکھ لینا چاہیے۔
- اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- تدریس ریاضی میں وسائل کے انتخاب کے لیے کون کون سے اصول ہیں؟
- 2- وسائل کے استعمال میں معلم کو کون سی احتیاط برتنی چاہیے۔

5.6 آن لائن ریسورسز - آئی سی ٹی بیسڈ سپیڈ اگوجیکل ٹولس:

(Online Resources - ICT Based Pedagogical Tools)

آئی سی ٹی کی تعریف: (Definition of ICT)

آئی سی ٹی کی اصطلاح ٹیکنالوجی کی شکلوں کو ظاہر کرتی ہے۔ اس کا استعمال معلومات کی تشکیل کرنے، جمع کرنے اور تبادلہ معلومات کے لئے کیا جاتا ہے۔ اس وسیع تعریف میں مندرجہ ذیل چیزیں شامل ہیں۔ ریڈیو، ٹیلی ویژن، ویڈیو، ڈی وی ڈی، ٹیلی فون، مصنوعی سیارہ نظام، کمپیوٹر اور کمپیوٹرائزڈ ورک، ہارڈ ویئر اور سافٹ ویئر اور ساتھ ہی ساتھ ان ٹیکنالوجی سے متعلق آلات اور ساز و سامان وغیرہ اور خدمات مثلاً ویڈیو کانفرنسنگ اور الیکٹرونک شامل ہیں۔
تعلیمی اعتبار سے انفارمیشن اور کمیونیکیشن ٹیکنالوجی کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے وہ تمام ڈیجیٹل آلات، اوزار، آلات اور وسائل جن کا استعمال تدریس و اکتساب کے مقاصد کو حاصل کرنے کے لئے اور ساتھ ہی ساتھ تعلیمی نظام کے انتظام کے لئے کیا جاتا ہے۔
تعلیم میں آئی سی ٹی کے استعمال کا مطلب طلباء کو کمپیوٹر کے استعمال اور اسکے عملی طور طریقوں سے واقفیت حاصل کروانا ہے۔ اس کے علاوہ سماجی اور اخلاقی مسائل سے بھی آشنا کروانا ہے۔ آئی سی ٹی کا استعمال اکتسابی عمل کو دلچسپ اور باعمل بنانا ہے اس عمل میں ایک سے زیادہ حواس شامل ہوتے ہیں۔

ترسیل کے آن لائن آلات: (Online Tools for Communication)

ترسیل کے آن لائن آلات سے مراد ان آلات / ٹولس ہے جس کے ذریعہ ہم انٹرنیٹ کی مدد سے دنیا کے کسی بھی علاقہ میں بسے ہوئے شخص سے رابطہ قائم کر سکتے ہیں۔ ریاضی سیکھنے کے لئے یہ بہت ہی کارگر آلہ ہے۔ بچے کو اگر کسی اصطلاح یا سوالات میں دشواری پیش آرہی ہے تو وہ کسی ریاضی داں سے

رابطہ قائم کر کے ان اصطلاحات کو سمجھ سکتا ہے یا ان سوالات کو حل کر سکتا ہے۔

ترسیل کے آن لائن آلات کے اقسام: (Types of Online Tools for Communication)

یہ نوعیت کے لحاظ سے ان کی دو قسموں کے ہوتے ہیں۔

(i) ہم وقت آلات (Synchronous)

(ii) غیر ہم وقت آلات (Asynchronous)

حسب ذیل ترسیل کے آن لائن آلات۔

☆ ای۔میل (E-mail)

☆ بلاگس (Blogs)

☆ آن لائن کانفرنسنگ (Online Conferencing)

☆ برقیاتی کتب خانی (e-library)

☆ ویکی (Wiki)

☆ انٹرنیٹ مجلس (Internet Form)

☆ نیوز گروپ (News Groups)

بلاگس: (Blogs)

بلاگ ایک ویب سائٹ ہوتی ہے۔ جس میں اشیاء (Items) کو پوسٹ کیا جاتا ہے۔ سب سے اوپر حالیہ انٹرنیٹ کو پیش کیا جاتا ہے۔ دوسرے میڈیا کی طرح بلاگ اکثر کسی خاص موضوع پر اپنی توجہ مرکوز کرتے ہیں۔ مثلاً غذا، سیاست، مقامی خبریں یا تعلیم، کچھ بلاگ Online Diary کے طور پر کام کرتے ہیں۔

کلاس روم بلاگ کا استعمال کس طرح کیا جائے (How to use Blogs in Classrooms):

کمرہ جماعت میں بلاگ کا استعمال حسب ذیل ہیں۔

1۔ سادہ اعلانات، ہوم ورک تفویض اور بیرونی لنک کے ساتھ ایک کلاس میں بلاگ شروع کریں۔

2۔ ہر طالب علم سے ایک اپنی دلچسپی کا بلاگ شروع کرنے کے لئے Motivate کریں۔

3۔ طلباء کو اپنے بلاگ پر خطوط کے جواب دینے کے لئے مدد کرنا چاہیے۔

4۔ عام اطلاعات پر کسی موضوع پر انتخاب کریں اور اسے باقاعدگی سے اپ ڈیٹ کرتے رہنا چاہیے۔

ای۔میل: (E-mail)

برقیاتی ڈاک کو مختصر ای۔میل کہا جاتا ہے۔ ای۔میل کے ذریعے ہم اپنے پیغامات کو کمپیوٹرز کے ایک نیٹ ورک کی مدد سے اس کی منزل تک

پہنچا سکتے ہیں۔ ای۔میل کا آغاز 1960 میں ہوا۔ ای۔میل نے انسانی زندگی کو بہت متاثر ہے اور یہی وجہ ہے کہ آج بھی ای۔میل ترسیل کی سب سے زیادہ

مشہور اور استعمال ہونے والی خدمت ہے۔

تعلیم میں ای۔میل کے فوائد:

- 1- ایک ہی پیغام کو ایک ساتھ ہزاروں لوگوں کو انکے ای۔میل پتوں پر بھیجا جاسکتا ہے۔
- 2- اس کو آسانی کے ساتھ استعمال میں لایا جاسکتا ہے۔
- 3- یہ بہت ہی تیز رفتار ہوتی ہے۔ کچھ ہی وقفہ میں پیغام کو ایک جگہ سے دوسری جگہ پہنچا دیتا ہے۔
- 4- سارے دستاویزوں کو اس کے ساتھ ملا کر بھیجا جاسکتا ہے۔
- 5- تعویضات، پروڈیکٹس، سوال نامہ اور کلاس نوٹس کو ایک طالب علم دوسرے طالب علم کو با آسانی مہیا کروا سکتا ہے۔

آن لائن کانفرنسنگ: (Online Conferencing)

انٹرنیٹ کے ذریعے خیالات اور معلومات کا تبادلہ کرنے کا سب سے بہترین طریقہ آن لائن کانفرنسنگ کہلاتا ہے۔ آن لائن کانفرنسنگ کے ذریعے ہم ہر اس شخص کے ساتھ رابطہ کر سکتے ہیں جو دنیا میں کسی بھی جگہ انٹرنیٹ سے جڑا ہے کانفرنسنگ کے ذریعے ہم کسی واقعہ، چیز یا جگہ کا مطالعہ کر سکتے ہیں۔ انٹرنیٹ کی خصوصیات زندگی کے ہر شعبے میں بے حد کارگر ثابت ہوتی ہے۔ ویڈیو کانفرنسنگ کے ذریعے تعلیم کے میدان میں درس و تدریس اور انتظامی امور کے شعبوں میں کافی استفادہ ہو سکتا ہے۔ اس کے ذریعے ہم کسی بھی ماہر تعلیم کے لیکچر کو براہ راست جگہ اور وقت کی پابندی کی بغیر دکھا سکتے ہیں یا دیکھ سکتے ہیں۔

فوائد (Advantages):

- ☆ یہ کم خرچہ ملی خدمت ہے
- ☆ طلبہ اور ہدایت کار آپس میں تبادلہ خیال کر سکتے ہیں۔
- ☆ ایک دوسرے سے ترسیل کی جاسکتی ہے۔

برقیاتی کتب خانہ: (e-library)

کتب خانہ میں برقیاتی آلہ کا استعمال ہی e-library کہلاتا ہے۔ کتب خانہ میں برقیاتی آلہ کے استعمال سے وقت اور محنت دونوں کی بچت ہوتی ہے اور اس کا معیار برقرار رہتا ہے خود کاری کتب خانہ (Library Automation) کا مطلب کتب خانہ میں کمپیوٹر کا استعمال ہے۔ جو کہ ICT سے متاثر رہتا ہے۔ کتب خانہ کے روزانہ کے کاموں سے شروع ہو کر اطلاع کا حصول و تلاش کرتا ہے۔

برقیاتی کتب خانہ کا تعلیم میں استعمال / فوائد:

- 1- کتابوں کو آسانی سے تلاش کیا جاسکتا ہے۔
- 2- یہ ایک بڑا ڈاٹا بیس ہے اور اسکے ذریعے ہم مختلف وسائل کو حاصل کر سکتے ہیں۔
- 3- طالب علموں کے وقت اور محنت کی بچت ہوتی ہے۔
- 4- منتظم کتب خانہ کے کام کا بوجھ کم ہو جاتا ہے۔
- 5- اسکے ذریعے پورے عالمی کتب خانوں میں تال میل قائم کیا جاسکتا ہے۔
- 6- یہ جگہ کی کمی کو دور کرتا ہے اور ساتھ ہی ساتھ قارئین کو صحیح معلومات فراہم کرتا ہے۔
- 7- کم قیمتوں میں اچھی و معیاری کتابیں آسانی سے حاصل کی جاسکتی ہے۔
- 8- اس سے حاصل ہونے والی ساری معلومات جدید ہوتی ہے۔

ویکی: (Wiki)

ویکی ایک سرور پروگرام (Server Programme) ہوتا ہے جو اپنے استعمال کرنے والوں کو اس قابل بناتا ہے کہ وہ اس ویب سائٹ سے تعلق رکھنے والے مواد کو تیار کرنے میں اپنا تعاون کر سکتے ہیں۔ ویکی لفظ ہوائن زبان "Wiki Wiki" سے لیا گیا ہے جس کا مطلب "جلدی"۔ ایک ویکی ایک ایسی آن لائن جگہ ہوتی ہے جو کہ مختلف مصنفین (Authors) کو انٹرنیٹ پر سلسلے وار ویب صفحات کے مجموعہ کی شکل میں تعاونی دستاویز کے وجود میں لانے، اسے شائع کرنے، پڑھنے، ادارت کرنے لکھنے کی سہولیات فراہم کرتی ہے۔ تعلیمی سیاق و سباق میں ویکی اساتذہ، طلبہ، ہدایت کار، منتظموں اور دوسرے تعلیمی ماہرین کے لئے بہت عمدہ وسیلہ ہو سکتا ہے۔

تعلیمی فوائد:

- 1- اساتذہ و ٹیکیز کو معلومات کے ایک ذخیرہ کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔
- 2- کسی مسئلے پر متفقہ غور و خوض کرنے کے لئے ویکی کا استعمال کیا جاسکتا ہے۔
- 3- طلباء و ٹیکیز پر اپنے خیالات (Thought) کا خلاصہ (Summarise) کر سکتے ہیں۔
- 4- ویکی کے ذریعے اساتذہ اپنی تدریس مسائل (Teaching Practice Problems) کی عکاسی (Reflections) اور سوچ کی شرکت داری کر سکتے ہیں۔
- 5- طلباء اپنے تدریسی پروجیکٹ کو ویکی کی مدد سے تیار کر سکتے ہیں۔

انٹرنیٹ مجلس: (Internet Forum)

ویب سائٹ پر بحث و مباحثہ، تبادلہ خیال یا گفتگو کرنے کی جگہ انٹرنیٹ مجلس کہلاتی ہے۔ مجلس کے ممبران یا اس کے شرکت کردہ افراد کسی موضوع پر اپنا ڈسکشن (رائے، سوچ، خیالات) پوسٹ کر سکتے ہیں اسکے ساتھ ساتھ دوسرے ممبران کی پوسٹ کو پڑھ بھی سکتے ہیں۔ اور اس کا جواب بھی دے سکتے ہیں انٹرنیٹ مجلس کا مقصد صرف ایک مضمون یا موضوع پر تفصیل سے ڈسکشن کرنا ہوتا ہے۔

انٹرنیٹ فورم کو مہینج بورڈ (Message Board)، ڈسکشن گروپ (Discussion Group) یا ویب فارم کہا جاتا ہے۔ انٹرنیٹ فورم عام طور پر اس کے سبھی ممبران کو یہ اجازت دیتی ہے کہ وہ پوسٹ کر سکے اور نئے موضوع کا آغاز کر سکے۔ انٹرنیٹ فورم سے جڑے یعنی اس کا ممبر بننے کے لئے استعمال کے لئے استعمال کنندہ کو اس پر رجسٹر کرنا لازمی ہوتا ہے۔

تعلیم میں انٹرنیٹ مجلسوں کے فوائد:

- ☆ طلباء اساتذہ بالمشافہ (فیس ٹوفیس) ایک دوسرے سے مل نہیں سکتے ہیں ان لوگوں کے درمیان ترسیل کے لئے انٹرنیٹ فورم ایک عمدہ جگہ ہے۔
- ☆ یہ وقت کی قید کے بغیر ترسیل کا ایک بہت طاقتور ذریعہ ہے۔
- ☆ انٹرنیٹ فورس کمپیوٹر ترسیل (Computer Medicated Communication) کا ایک طریقہ ہے۔ یہ طلبہ اساتذہ اور تعلیم کے میدان سے جڑے دوسرے اشخاص کو یہ مواقع فراہم کرتا ہے کہ اپنے تصورات کے رد و بدل کے لئے اپنے پیغامات کو لکھ کر پوسٹ کر سکتے ہیں۔
- ☆ منظم اور مناسب انٹرنیٹ فورم طلباء کو ایسا اکتسابی ماحول فراہم کرتا ہے جس کے ذریعے وہ سیکھی گئی نئی معلومات کا فوراً اپنی ذاتی اور پیشہ وارانہ زندگی میں استعمال کر سکتے ہیں۔
- ☆ یہ درودہ بین (Introvert) اور بروہ بین (Extrovert) دونوں طرح کے معلمین کو آن لائن ڈسکشن میں مصروف رکھتے ہیں۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1- ترسیل کے ہم وقت آلات سے کیا مراد ہے؟
- 2- ترسیل کے آن لائن آلات کون کون سے ہیں؟
- 3- تعلیم میں ای - میل کے کوئی دو فائدے بیان کیجیے؟

5.7 ریاضی کے اکتساب کے لئے کمیونیٹی وسائل کا استعمال، وزیٹس، ریاضیاتی تعلیمی دورہ اور تعلیمی سیر

(Using community Resources for mathematics Learning: Visits, Mathematical field and Excursion)

متعلم کے لئے کمرہ جماعت میں ریاضی کے ذریعہ ریاضی کی رسمی سرگرمیوں کے علاوہ غیر رسمی ریاضی کی سرگرمیاں / ہم نصابی سرگرمیاں بھی منعقد کی جائیں۔ یہ ہم نصابی سرگرمیاں ریاضی کلب کے پرچم تلے منعقد کی جاتی ہے۔ ان سرگرمیوں میں والدین، طلباء اور سماج کے لوگوں کا تعاون لازمی ہے۔ اس طرح سے ریاضی کی تدریس و اکتساب کے مقاصد کو بہتر ڈھنگ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس لئے ان کو غیر رسمی اور ہم نصابی سرگرمیاں کہا جاتا ہے ان کو منظم کرنے کے لئے جگہ اور وسائل کی ضرورت پڑتی ہے۔ کیونکہ ان سرگرمیوں کو اسکول کے باہر منعقد کیا جاتا ہے۔

ریاضی کی وزیٹس اور ایکس کرشن: (Mathematic Visits and Excursions)

ریاضی کی Visits اور Excursions دونوں ہی سرگرمیاں اسکول کے باہر کی سرگرمیاں ہیں ان کو ریاضی کے معلم کی ہدایت اور رہنمائی میں اسکول کے احاطہ کے باہر منظم کیا جاتا ہے۔ یہ طلباء والدین اور اسکول کے کارکنان کے سرگرم تعاون سے انجام دی جاتی ہے۔ منعقد کرنے اور اغراض کے لحاظ دونوں ہی ایک جیسے ہیں اور دونوں کو ایک دوسرے سے رد و بدل کر سکتے ہیں۔ Visits کا وسعت اور ماحصل تنگ ہوتا ہے۔ جبکہ ایکس کرشن کی وسعت اور ماحصل بہت وسیع ہوتی ہے۔

جب یہ کہا جاتا ہے کہ ہم لوگ ایک خاص جگہ / تاریخ جگہ / تنظیم / ادارہ جس کی ریاضی کے لحاظ سے اہمیت ہے اس کو دیکھنے کا منصوبہ بنا رہے ہیں تو اس کا مطلب صاف ظاہر ہوتا ہے اس جگہ ادارہ اور تنظیم کی ریاضی میں ایک خاص اہمیت ہے۔ لیکن جب ہم کسی ایک علاقہ یا جگہ یا کسی خاص جگہ ایکس کرشن یا فیلڈ ٹرپ کی بات کرتے ہیں تو ہم اس کے کسی مخصوص مقصد تک محدود نہیں ہوتے ہیں۔

Excursions اور Mathematics Visits کے استعمال اور فوائد:

(Uses and Advantages of Mathematics Visits and Excursions)

- 1- ریاضی کی اصطلاحات مجرد ہوتی ہیں جس کو اسکول میں زبانی سکھایا جاتا ہے ان چیزوں کو مقرون (Concrete) شکل میں دیکھنے کو ملتا ہے۔
- 2- ریاضی کے مضامین کی تدریس و اکتساب عمل میں دلچسپی پیدا کرنے میں مدد کرتی ہیں۔
- 3- اس سے کمرہ جماعت میں تھکا دینے والی ریاضی کی تدریس و اکتساب سے نجات حاصل ہوتی ہے۔
- 4- اکتسابی حدود کو ختم کرنے میں مدد کرتی ہیں اسکول کے حدود کے باہر ریاضی کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔
- 5- استدلال ریاضی تخیل کرنے کی صلاحیت اور عموماً کی صلاحیت کو فروغ دیتی ہیں کیوں کہ طلباء ریاضی کے مختلف اصولوں کو حقیقی زندگی کے آئینہ میں دیکھتے ہیں اور آزماتے ہیں۔
- 6- ریاضی کے کارگر مواد، واقعات، تجربات اور ریاضی کے مختلف اصولوں کا ان ریاضی کلب ریاضی کی نمائش اور ریاضی میلہ سے جمع کرنے کا موقع ملتا ہے۔

- 7- طلباء کے اندر سماجی اقدار اور تامل میل کی صلاحیت پیدا کرنے میں مدد کرتی ہیں۔
- 8- ان سماجی وسائل کی مدد سے معلم اور طلباء دونوں کو ایکس کرشن اور نمائش کا اہتمام کرنے میں مدد ملتی ہے۔
- 9- ریاضی کو ہر سائنس کا دروازہ کہتے ہیں اس کو جاننے کے لئے یہ وسائل کافی مددگار ثابت ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر تاج محل کو دیکھنے کے بعد ریاضی کے اصولوں، یکسانیت اور مساوات وغیرہ کو سمجھنے میں کافی مدد ملتی ہے۔
- ویزٹس اور ایکس کرشن کی تنظیم: (Organization of Visits and Excursions)
- ویزٹس اور ایکس کرشن سے قابل قبول اور موثر ماحول کے لئے ضرور ہے کہ اس کو منظم (Systematic) اور مناسب ڈھنگ سے انجام دیا جائے۔
- ریاضی کے مدرس کو اس بات پر توجہ دینی چاہیے کہ کس طرح ان ساری چیزوں سے تعلیمی فوائد حاصل کئے جائیں گے۔
- 1- ویزٹس اور ایکس کرشن کے لئے انتخاب کی جانے والی جگہ:
- ویزٹس اور ایکس کرشن کے لئے انتخاب کی جانے والی جگہ کو عقلمندی کے ساتھ عمل میں لانا چاہیے۔ ان کا انتخاب مواد مضمون اور عنوان کے مطابق کیا جانا چاہیے۔ ان عنوانات کا اثر ہماری روزمرہ کی زندگی میں خصوصی طور اور عمومی طور پر کیا ہو سکتا ہے۔
- 2- ویزٹس اور ایکس کرشن کی تیاری:
- ایکس کرشن کی جگہ کو منتخب کرنے کے بعد مدرس کو اس کی مکمل تیاری اور منصوبہ بندی کرنی لازمی ہے۔ ان مقاصد کو پورا کرنے کے لئے مندرجہ ذیل باتوں پر عمل درآمد کرنا ضروری ہے۔
- (الف) مدرس کو ادارہ کے مہتمم سے اجازت لینے چاہیے اور ساتھ ہی ساتھ طلباء اور ان کے والدین کی رضامندی بھی حاصل کرنی چاہیے۔
- (ب) اگر دیکھنے والی جگہ کی دوری بہت زیادہ ہو تو اس کے لئے بس یا ریلوے ریزرویشن بھی حاصل کر لینا چاہیے۔ اگر معلم کے لئے سفر کرایہ کو بھی چھوٹ حاصل ہے تو اس کا بھی فائدہ اٹھانا چاہیے۔
- (ج) جس تاریخ جگہ کو دیکھنے جا رہے ہیں اس جگہ / ادارہ کے کارکنوں سے پہلے سے ہی اجازت حاصل کر لینے چاہئے۔ اور ساتھ ہی ساتھ رہائش کا بھی انتظام بھی کر لینا چاہیے۔
- (د) طلباء کو ایکس کرشن کے اغراض اور مقاصد کو صاف صاف واضح کر دینا چاہیے۔
- (ص) طلباء کو پہلے ہی سے ضروری ساز و سامان لے جانے کی ہدایت دینی چاہیے۔ بحر کیف ان کے کھانے کا مناسب طریقہ سے انتظام کیا جانا چاہیے۔
- (ه) ایکس کرشن کے انتظام میں طلباء کی مکمل شرکت لازمی ہے۔ طلباء کو مختلف ذمہ داریوں کے ذریعہ ان کی شمولیت حاصل کی جانی چاہیے۔ مثلاً فوڈ کمیٹی، ٹریولنگ کمیٹی، فننس کمیٹی، انٹرنیشنل کمیٹی اور پروپرائٹی کمیٹی بنا کر طلباء کو شامل کرنا چاہیے۔
- (ی) طلباء کو نظم و ضبط قائم رکھنے کے لئے مکمل ہدایات دینی چاہیں۔
- ریاضی کے تعلیمی سفر کا مفہوم:

تفریحی سفر کو تعلیم سے جوڑنے کا کام جناب رین (Rain) نے کیا اور اسے باقاعدہ نصاب میں شامل کیا گیا۔ رین (Rain) نے اس تفریحی سفر کو 19 ویں صدی میں تاریخ اور جغرافیہ کی تدریس کو اور موثر دلچسپ بنانے کے لیے شامل کیا تھا، اور اس کا نام Field Trips رکھا تھا۔ ان کا ماننا تھا کہ اس مضمون کو پڑھانے کے لئے ایک Field Trip منعقد کرنا چاہیے تاکہ طلبہ اصل اور حقیقی شے سے روشناس ہو سکیں۔ اگر معلم جغرافیہ میں سمندر، پہاڑ، آبشار کو پڑھا رہا ہے تو اسے اس طرح کے تفریحی سفر کو منعقد کرنا چاہیے تاکہ طلبہ براہ راست مشاہدہ کر سکیں۔ اس طرح اگر معلم تاریخ پڑھا رہا ہے تو اسے تاریخی عمارتوں کی سیر کرانا

اور ان کا مشاہدہ کرنا چاہیے۔ اس تفریحی سفر سے سماجی علوم کی تدریس بہت موثر اور دلچسپ ہو جاتی ہے۔ اس طریقہ تدریس کا ہم سماجی علوم میں بہت اچھی طرح سے استعمال کر سکتے ہیں۔

تفریحی سفر کے ذریعے طلبہ تمام اصل شے کا براہ راست مشاہدہ کرتے ہیں اور معلم طلبہ کو اسی جگہ پر تمام واقعات کو بیان کرتا ہے تاکہ طلبہ اسی زمانے کا تصور قائم کرنے لگے۔ اس طرح طلبہ جو سیکھتے ہیں وہ مکمل ہوتا ہے اور طلبہ کبھی بھی بھولتے نہیں ہیں۔ مصنف جغرافیہ کا طالب علم رہا ہے اس لئے اس طرح کے سفر کی اہمیت کو اپنے لفظوں میں یوں بیان کرتا ہے کہ تفریحی سفر طلبہ کے حواس خمسہ کو متحرک کرتا ہے اس لئے اس سفر میں سکھا جانے والا علم دائمی ہو جاتا ہے۔

ریاضیاتی فیلڈ ٹریپ کے مقاصد: (Aims of the Mathematical Fieldtrip)

- 1- ذاتی تجربوں اور تجسس کے ذریعے ریاضی کی معلومات کو حاصل کرنا۔
- 2- اسکول کے روایتی تعلیمی ماحول کو تبدیل کر کے اور کمرہ جماعت کے باہر کے حرکیاتی (Dynamic) ماحول کو اسکول میں واپس لانا۔
- 3- طلباء کی اہلیت کو فروغ دینا تاکہ وہ اس طرح کے مسائل کو حل کر پائیں ان چیزوں کی مدد سے جو طلباء کمرہ جماعت کے باہر سیکھتے ہیں۔
- 4- ریاضی کا دوسرے مضامین جیسے جغرافیہ، تاریخ اور طبعیات وغیرہ سے تعلقات کا جائزہ لینا۔
- 5- ریاضی کے اکتساب سے پیدا ہونے والی بے چینی (Anxiety) کو کم کیا جاسکتا ہے۔
- 6- ریاضی کی فیلڈ ٹریپ اس علاقے کے مختلف sites کو جاننے میں مدد کرتی ہے۔

ریاضی کے فیلڈ ٹریپ کی تیاری مندرجہ ذیل طریقوں سے کی جاسکتی ہے۔

☆ ممکن Sites ریاضی کی سرگرمیوں کے لئے مناسب ہو۔

☆ انتخاب کی گئی site کا فوٹو لینا ضروری ہے۔

☆ اس منتخب site کا تاریخی اور جغرافیائی ماضی کی تحقیق کرنی چاہیے۔

تعلیمی دورے کی خصوصیات: (Characteristics of Field Trips)

تعلیمی دورے یا فیلڈ ٹریپ (Field Trips) ایک تدریسی طریقہ کار ہے اور اس کی مندرجہ ذیل خصوصیات ہیں:

- (i) اس طریقہ کار میں طلبہ مواد کو سیکھنے کے لئے اصل حالت میں تجربہ کر کے سیکھتے ہیں اور اس مواد کو سیکھنے میں وہ اپنے فہم اور ادراک کا استعمال کرتے ہیں۔
- (ii) یہ ایک نفسیاتی طریقہ کار ہے جس میں سیکھنے والے کے حواس خمسہ سیکھنے کے عمل میں متحرک ہوتے ہیں اس سے طلبہ کو مواد کو سیکھنے میں بہت آسانی ہوتی ہے۔
- (iii) اس طریقہ کار سے تدریس کرنے میں سماجی علوم کے تمام موضوع دلچسپ اور عملی ہو جاتے ہیں۔
- (iv) یہ طلبہ کو درجہ جماعت کی چار دیواری سے باہر جا کر سیکھنے کا موقع فراہم کرتا ہے تاکہ طلبہ پوری آزادی کے ساتھ خود سے مطالعہ کریں۔
- (v) یہ تدریسی مواد اور کسی بھی شے کو جاننے کے لئے اصل اور صحیح معلومات فراہم کرتا ہے۔
- (vi) اس کے ذریعے طلبہ اصل تجربے حاصل کرتے ہیں اور باآسانی مواد کو پوری طرح سمجھ پاتے ہیں اور ذہن میں لمبے وقت تک محفوظ رکھتے ہیں۔
- (vii) یہ طریقہ کار بغیر سوچے سمجھے حفظ کرنے کے طریقہ کو کم کرتا ہے اور اپنے فہم و ادراک سے مواد کو سمجھ کر سیکھنے کو فروغ دیتا ہے۔ اس سے طلبہ جو بھی مواد سیکھیں گے وہ ان کے ذہن میں لمبے وقت تک محفوظ رہے گا۔

تفریحی سفر کے فائدے: (Advantages of Field Trips)

- (i) تفریحی سفر کے ذریعے طلبہ کو براہ راست سیکھنے کا موقع ملتا ہے۔

- (ii) اس کے ذریعے طلبہ کے پیدائشی میلانات (innate urges) پورے ہوتے ہیں۔
- (iii) یہ طلبہ کو سماج کی عملی تربیت دیتا ہے۔
- (iv) سیر / تفریحی سفر طلبہ کے نقطہ نظر کو وسیع کرتا ہے۔
- (v) تفریحی سفر طلباء کو حقائق پر غور و خوض کا موقع فراہم کرتا ہے۔
- (vi) اس سے طلباء کے اندر تحقیقی صلاحیت کا فروغ ہوتا ہے۔
- (vii) یہ سماجی علوم میں دلچسپی پیدا کرتا ہے۔
- (viii) اس سے طلباء کے اندر ایک ساتھ رہنے اور مل کر کام کرنے کا جذبہ پیدا ہوتا ہے۔
- (ix) ایسے سفر میں طلباء کے اندر خود اعتمادی پیدا ہوتی ہے۔
- (x) اس سے طلباء کے اندر سماجی اقدار کا فروغ ہوتا ہے۔

تحدیدیں: (Limitations)

- (i) اس طریقہ کار میں وقت، قوت اور پیسہ بہت خرچ ہوتا ہے۔
- (ii) اس میں طلبہ کے والدین کا تعاون بہت کم ہوتا ہے۔
- (iii) اسے منظم کرنے کے لئے رہنمائی کی کمی پائی جاتی ہے۔
- (iv) یہ اپنے آپ میں مکمل طریقہ کار نہیں ہے۔
- (v) اس طریقہ کار کے استعمال سے اسکول کے دوسرے مضامین کا وقت برباد ہوتا ہے۔
- (vi) اس طریقہ کار میں نظام الاوقات پر سختی سے عمل نہیں ہو پاتا ہے۔

اپنی معلومات کی جانچ:

- 1 Mathematics Users اور (Excursions) کے کوئی دو قواعد بیان کیجیے۔
- 2 ریاضیاتی فیلڈ ٹرپ کے کوئی تین مقاصد بیان کیجیے۔
- 3 تفریحی سفر کے حدود (Limitations) بیان کیجیے۔ (کوئی دو)

5.8 یاد رکھنے کے نکات: (Points to Remember)

- ☆ نصابی کتاب ایک خاص مقصد کو پورا کرنے کے لئے تیار کی جاتی ہے۔ اس میں مواد مضمون کو منصوبہ بند طریقہ سے اجاگر کیا جاتا ہے۔
- ☆ کسی بھی تعلیمی نظام میں نصابی کتابیں کلیدی حیثیت رکھتی ہیں۔
- ☆ تعلیم ایک سرخنی / عمل ہے جس میں مدرس، طلباء اور مواد اس کے تین ستون ہیں۔
- ☆ تدریس و اکتسابی عمل میں نصابی کتاب مدرس اور طالب علموں دونوں کے لئے مددگار ثابت ہوتی ہے۔
- ☆ ریاضی کی نصابی کتاب میں استعمال کی جانے والی زبان آسان عام فہم، سادہ اور بچوں کی جاذبیت کے لحاظ سے ہونی چاہیے۔
- ☆ درسی کتاب کا مواد مضمون، منطقی اور نفسیاتی لحاظ سے احتیاط کے ساتھ منظم کیا جانا چاہیے۔ جو موثر تدریسی ماحول کو پیش کر سکے۔
- ☆ چارٹ، ماڈل، بھوس چیزیں، ساز و سامان، آلات اور دوسرے وسائل کا استعمال کر کے ریاضی کا معلم اپنی تدریس کو موثر بنانا چاہتا ہے ان ہی وسائل

☆ کوریاضی کی اصطلاح میں تدریسی مواد یا تدریسی اشیاء کہتے ہیں۔ ان تدریسی وسائل کو سمعی، بصری اور کثیرالبلاغ تدریسی وسائل کہتے ہیں۔
☆ تزییل نوعیت کے لحاظ سے دو قسم کے ہوتی ہے۔

(i) ہم وقت آلات

(ii) غیر ہم وقت آلات

☆ ریاضی کی Visits اور Excursions دونوں ہی سرگرمیاں اسکول کے باہر کی سرگرمیاں ہیں ان کو ریاضی کے معلم کی ہدایت اور رہنمائی میں اسکول کے احاطہ کے باہر منظم کی جاتی ہے۔

5.9 فرہنگ: (Glossary)

Critical Analysis	تقدیری جائزہ
Publication	اشاعت
Audio	سمعی
Visual	بصری
Excursion	تعلیمی سیر
Field Trip	تعلیمی دور

5.10 اکائی کے اختتام کی سرگرمیاں (Unit End Activities)

طویل جوابی سوالات:

- 1- ایک استاد کے لئے نصابی کتاب کی ضرورت واہمیت جاننا کیوں ضروری ہے؟
- 2- اچھی نصابی کتاب کی تیاری کے کئے کن باتوں کو مدنظر رکھنا چاہئے؟
- 3- کن معیارات کی بناء پر ہم ایک نصابی کتاب کو اچھا کہہ سکتے ہیں؟
- 4- سمعی، بصری اور کثیرالبلاغ وسائل کے فرق کو واضح کیجئے۔
- 5- ریاضی کی Visits اور Excursion سے کیا مراد ہے؟ استعمالات اور فوائد بیان کیجئے۔
- 6- آن لائن ذرائع کیا ہیں؟ اقسام کے ساتھ بیان کیجئے۔
- 7- استاد کس طرح آن لائن وسائل کا استعمال کر کے اپنی تدریس کو مؤثر بنا سکتا ہے؟

مختصر جوابی سوالات:

- 8- سمعی، بصری اور کثیرالبلاغ وسائل کی اہمیت و ضرورت کو بیان کیجئے۔
- 9- تفریحی سفر کی خصوصیات کیا ہیں؟
- 10- تفریحی سفر کی تحدیدیں بیان کیجئے۔
- 11- e-Library کے کیا فائدے ہیں؟

معروضی سوالات:

12- "نصابی کتاب کو کلاس روم میں استعمال کرنے والی کتاب کی حیثیت سے تیار کیا جاتا ہے" کس نے کہا؟

13- ای۔ میل کا آغاز کس سن میں ہوا؟

14- کتب خانہ میں برقیاتی آلہ کا استعمال کہلاتا ہے۔

جوابات:

12- بیکن (Becon) 1960-13 e-Library -14

5.11 سفارش کردہ کتابیں: (Suggested Readings)

- Aggarwal, S.M. : Teaching of Modern Mathematics
- Ayangar, N.K : The Teaching of mathematics in New Education
- Bell, E.T: The Development of Mathematics
- Bhatia and Bhatia : The Principles and Methods of Teaching
- Chadha, B.N. : The Teaching of Mathematics
- NCERT, New Delhi : Multi Sensory Aids in Teaching of Mathematics
- MANGAL, S.K. : Teaching of Mathematics
- Siddhu, K.S. : The Teaching of Mathematics
- Husain, Noushad : Information and Communication Technology in Education and Instructional System
- Kulshrestha, A.K. : The Teaching of Mathematics